

ТЕОРИЯ
БИЛЬЯРДНОЙ ИГРЫ.

РУКОВОДСТВО ДЛЯ ЖЕЛАЮЩИХЪ СДѢЛАТЬСЯ
ПЕРВОКЛАССНЫМИ ИГРОКАМИ.

Съ таблицею чертежей.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.

1847.

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ

съ тѣмъ , чтобы по напечатаніи представлено
было въ Цензурный Комитетъ узаконенное число
экземпляровъ. С. Петербургъ. Октября 1-го дня,
1847 года.

Цензоръ *А. Никитенко.*

ПРЕДИСЛОВІЕ.



Со времени изобрѣтенія эластическихъ кіевъ, снабженныхъ на концѣ кожанною наставкою, бильярдъ выступилъ изъ ряда игръ, требующихъ только механическаго навыка. Всѣ были поражены изумленіемъ, озадачены до послѣдней степени, когда явился на поприщѣ бильярда Менго (Mingaud), вооруженный усовершенствованнымъ кіемъ. Всѣ законы движенія были, казалось, неспровергнуты: шары начали описывать кривыя линіи; едва докатываясь до борта, отскакивать отъ него съ неожиданною силою; вдругъ,

среди быстрого бѣга, сами собою останавливаться посреди бильярда и возвращаться назадъ. Это дѣйстви-тельно походило на чудо; а между тѣмъ нѣтъ ничего естественнѣе, и чудо это совершилъ ничтожный ку-сочикъ кожи.

Теперь для совершеннаго игрока не существуетъ невозможной билии. Шаръ у него въ полной власти, и повинуется ему какъ существо жи-вое — лишь бы только игрокъ умѣлъ приказывать.

Это практическое усовершенство-ваніе сдѣлало необходимымъ для бильярднаго игрока теоретическое знаніе законовъ движенія шаровъ на бильярдѣ. Прежде, когда шары бѣгали только по прямымъ линіямъ, можно было посредствомъ одного

навыка достигнуть высокой степени совершенства въ игрѣ. Теперь безъ знанія этихъ законовъ нельзя возвыситься надъ посредственностью. Какъ ни велика была бы пріобрѣтенная игрокомъ ловкость, теорія всегда ее удвоитъ.

Цѣль этой книжки — изложить кратко и удобопонятно законы движенія тѣлъ вообще, и въ особенности шаровъ на бильярдѣ, и сообщить важнѣйшія практическія правила. По этому и сочиненіе разделено на часть практическую и теоретическую.



ОГЛАВЛЕНІЕ.

—

Предисловіе.

I. Часть практическая.

	Стран.
1) О бильярдѣ и его принадлежностяхъ	1
2) Практическія правила.	
а) Позиція игрока	5
б) Условія хорошаго удара кіемъ	6
3) О различныхъ вліяніяхъ удара кіемъ	8
а) Обратное дѣйствіе кія	—
б) Боковой ударъ	11
с) Ударъ вверхъ шара	14
д) Ударъ въ шара при бортѣ	16
е) Contre-coup	17

II. Часть теоретическая.

1) О движеніи вообще	20
2) О столкновеніи при ударѣ	25
А. Прямой ударъ	26

	Стран-
1) Тѣлъ неупругихъ	27
2) Тѣлъ упругихъ	33
В. Косвенный ударъ	44
1) Тѣлъ неупругихъ	—
2) Тѣлъ упругихъ	46
3) О движеніи шаровъ на бильярдѣ . . .	51
1) О криволинейномъ движеніи шара.	56
2) О горизонтальномъ ударѣ кія . . .	58
3) О наклонномъ ударѣ кія	63
4) О движеніи шара послѣ перваго и втораго удара о другой шаръ . . .	66
5) О движеніи шара послѣ перваго и втораго удара о бортъ	77



І. ЧАСТЬ ПРАКТИЧЕСКАЯ.



1) БИЛЬЯРДЪ И ЕГО ПРИНАДЛЕЖНОСТИ.

Мы не будемъ останавливаться на вещахъ всѣмъ извѣстныхъ; укажемъ только на то, что не всякій знаетъ. Лучшій *размѣръ бильярда* 6 футовъ ширины и 12 длины. Тогда линія отъ одной угольной лузы до другой вкось черезъ длину бильярда будетъ въ $13\frac{2}{3}$ фута, линія отъ средней лузы вкось къ угольной $8\frac{1}{2}$ футовъ, а площадь всего бильярда 72 квадратныхъ фута.

Доска бильярда, покрытая сукномъ, дѣлается изъ мрамора, желѣза, и другихъ матеріаловъ; но всего чаще изъ дерева. Этотъ матеріалъ лучше прочихъ, если

только дерево уже не садится. Оно должно быть очень твердо и сухо, и доска бильярда должна быть склейная, изъ очень маленькихъ кусочковъ.

Главное *достоинство сукна* на бильярдаѣ — тонкость и ровность. Грубое сукно оказываетъ слишкомъ сильное треніе на шары и требуетъ отъ игрока много силы, а узлы въ ткани легко измѣняютъ направление шаровъ.

Борты должны быть вышиною въ 3 дюйма, прямые, не слишкомъ твердые и не слишкомъ мягкіе, Главное достоинство ихъ — равная во всѣхъ точкахъ упругость.

Бильярдъ должно часто *повѣрять*; малѣйшія обстоятельства могутъ сдѣлать его невѣрнымъ, и тогда утонченная игра на немъ невозможна.

Важнѣйшая принадлежность бильярда — *кїя*. Достоинство кїя имѣетъ большое вліяніе на игру, не смотря на то, что

обыкновенно это обстоятельство считают не важнымъ. Важность кія возрастаетъ съ умѣньемъ игрока. Дурной игрокъ всегда играетъ дурно; но хорошій игрокъ съ хорошимъ кіемъ играетъ вдвое лучше. Очень полезно привыкнуть не къ слишкомъ тяжелому кію ($1\frac{1}{4}$ фунтъ); тяжелый кій утомляетъ руку; съ слишкомъ же легкимъ нельзя достаточно сообразить силу удара. Длина кія должна быть сообразна росту игрока.

Отъ толщины, округлости, мягкости или твердости *кожанной наставки* на концѣ кія зависятъ очень многое. Эта кожа должна быть не слишкомъ упруга (напр. резиновая наставка вовсе негодится), и округлена умеренно. Слишкомъ выпуклый конецъ легко даетъ киксы; ловкій игрокъ произведетъ всѣ удары едва выгнутымъ на концѣ кіемъ.

Прямизна кія, само собою разумѣется, первое его достоинство. Но совершенно

прямой кій — рѣдкость; всегда есть въ немъ, къ концу, хоть малеская кривизна, а это имѣетъ важное вліяніе на игру. Кій долженъ быть сухъ и легко скользить по рукѣ. Это зависитъ конечно и отъ сухости руки, но во всякомъ случаѣ кій не долженъ быть лакированъ. Его должно вѣшать въ сухомъ мѣстѣ, и всего лучше за тонкій конецъ, зацѣпивши его петлею. Толстый же конецъ наливаютъ свинцомъ; это даетъ возможность лучше управлять кіемъ.

Достоинство *шаровъ* заключается въ совершенно круглой формѣ и въ единообразной плотности массы. Величина же бываетъ различная, смотря по роду игры или по вкусу игроковъ. Напр., при обыкновенной игрѣ въ 5 шаровъ, два діаметра шара должны быть больше ширины лузы, такъ, чтобы два шара не могли вкатиться въ нее рядомъ. Самые лучшіе шары вытачиваются изъ средней части

зуба; они должны быть бѣлы, безъ щелей и тяжелы.

2) ПРАКТИЧЕСКІЯ ПРАВИЛА.

ПОЗИЦІЯ ИГРОКА.

Хорошая позиція во время игры такъ важна, что безъ нея невозможно сдѣлать никакихъ успѣховъ. Приучившійся къ неловкой, принужденной позиціи, никогда не дойдетъ до хорошей игры. Корпусъ должно держать непремѣнно прочь отъ бильярда хоть на нѣсколько вершковъ, смотря по своему росту; одна нога должна стоять прямо противъ бильярда, а другая образовать съ нею уголъ около 45°; это самая твердая позиція. Руку должно держать вдали отъ тѣла, чтобы всѣ ея движенія были совершенно свободны. Изъ указательнаго и большаго пальца лѣвой руки дѣлается на сукнѣ подставка для окончности кія. Кисть

должна быть согнута для этого до половины, а копецъ кія не долженъ выдаваться дальше 5 — 6 дюймовъ за руку; иначе онъ легко начинаетъ колебаться въ сторону. Кисть правой руки должна образовать прямой уголъ съ локтемъ. Тѣло можно слегка склонить на лѣвую руку; это придастъ силы удару кія.

Одинъ изъ величайшихъ недостатковъ, котораго должно стараться избѣгать всѣми силами, — участіе плеча въ ударѣ кіемъ. Многіе въ минуту удара выдвигаютъ впередъ плечо — (это слѣдствіе дурной позиціи) — и отъ этого никогда не могутъ играть порядочно.

УСЛОВІЯ ХОРОШАГО УДАРА КІЕМЪ.

Хорошій ударъ кіемъ — дѣло чрезвычайно важное. Ударъ долженъ быть свободный, непринужденный, такъ сказать круглый, а не угловатый. Часть руки отъ плеча до локтя должна оставаться

неподвижною ; движеніе должно быть сообщено кію только передней половиной руки, и въ особенности кистью. При сильномъ ударѣ передняя часть руки можетъ оказывать все свое вліяніе, но движенія кисти и руки все таки должны быть раздѣльны. Игрокъ, особенно начинающій, не долженъ спѣшить ударомъ, а прицѣливаться спокойно и по возможности въ средину шара. Есть однакоже и тутъ граница : прицѣливаясь слишкомъ долго, чаще теряешь, нежели приобретаешь вѣрность глазомѣра.

Сначала должно воздерживаться отъ сильныхъ ударовъ; иначе трудно будетъ привыкнуть давать кію прямое и равномерное движеніе. Начинающій непременно долженъ начать съ ударовъ въ самый центръ шара, и упражняться на самыхъ легкихъ биліяхъ. Для него всего важнѣе приобрести хорошій ударъ кіемъ, свободу движеній руки.

**3) О РАЗЛИЧНЫХЪ ВЛІЯНІЯХЪ УДАРА
КІЕМЪ.**

Приобрѣтши хорошій ударъ кіемъ вообще, можно приступить и къ изученію дѣйствій его на шаръ. Теорія можетъ въ этомъ случаѣ только указать путь и цѣль, но остальное дополняетъ практика. Только навыкомъ приобрѣтается, напр. чувство силы удара, оцѣнка упругости бортовъ и т. п.

Подробное математическое изъясненіе измѣненій, производимыхъ ударомъ кія въ движеніи шара, читатель найдетъ въ теоретической части этой книги. А здѣсь упомянемъ о главныхъ обстоятельствахъ, и въ особенности о томъ, что зависитъ въ этомъ дѣлѣ отъ умѣнья игрока.

ОБРАТНОЕ ДѢЙСТВІЕ КІЯ.

Если ударить кіемъ въ шаръ ниже его центра, то шаръ, подвигаясь впередъ,

вертится въ тоже время назадъ , и ударивши прямо въ другой шаръ , побѣжитъ обратно. Слѣдствія бываютъ очень различны, смотря по тому, на сколько ниже центра , или на сколько въ сторону пришелся ударъ. Очень ошибаются тѣ , которые думаютъ , что надо дать ударъ очень сильный , чтобы заставить шаръ откатиться назадъ. Напротивъ того, средній ударъ въ этомъ случаѣ гораздо дѣйствительнѣе. Главное условіе состоитъ въ томъ , чтобы держать кій горизонтально къ плоскости бильярда, ударить шаръ ниже центра , и сообщить рукъ отскакивающее движеніе , что легче почувствовать, нежели объяснить словами. Плечо не должно принимать ни малѣйшаго участія въ этомъ движеніи. Если шары далеко одинъ отъ другаго, тогда, конечно, ударъ долженъ быть сильнѣе, дабы вращательное движеніе шара сохранилось на далекомъ протяженіи; сила этого уда-

ра сообщается шару преимущественно кистью.

Ударъ внизъ шара употребляется частью для избѣжанія такъ называемаго *contresour*, частью для удержанія своего шара на извѣстномъ мѣстѣ, частью для произведенія многихъ карамблей, которые прежде, до изобрѣтенія кожанной наставки на концѣ кія, считались совершенно невозможными. Если вы хотите заставить вашъ шаръ остановиться, при прямомъ ударѣ, на мѣстѣ столкновенія шаровъ, не для чего брать его слишкомъ низко; надо только дать острый клапшотъ, взявши шара почти въ самый центръ; при слишкомъ низкомъ ударѣ теряется сила. Тутъ все зависитъ преимущественно отъ движенія руки; хорошей игрокъ никогда не беретъ шара слишкомъ низко, и дѣлаетъ между тѣмъ превосходнѣйшіе клапшоты. Удары внизъ шара дѣлаются большею частью съ цѣлью

измѣнить уголь, подъ которымъ долженъ отойти вашъ шаръ, — о чемъ подробнѣе будетъ сказано ниже; но вѣрное чувство надлежащей силы удара лежитъ въ рукѣ и можетъ быть приобрѣтено только навыкомъ. Легкій и сильный ударъ — самыи лучшій.

УДАРЪ БОКОВОЙ.

Ударъ кіемъ ниже центра и въ бокъ требуетъ много ловкости и навыка : онъ легко даетъ киксъ. Тутъ особенно нуженъ твердый ударъ. Боковые удары умножили разнообразіе билій до безконечности, и дали возможность совершенно по произволу управлять движеніями шаровъ. Въ знаніи этихъ-то ударовъ и въ точности ихъ исполненія заключается истинное искусство бильярднаго игрока. — Безъ умѣнья дѣлать боковые удары въ наше время нельзя возвыситься надъ посредственностью въ бильярдной игрѣ. За

то эти удары чрезвычайно трудны и требуют огромной практики; выучившись ихъ дѣлать, надо еще выучиться примѣнять ихъ къ достиженію предположенной цѣли. Руководство къ познанію тѣхъ законовъ движенія, которые управляютъ шарами въ слѣдствіе боковыхъ ударовъ, читатель найдетъ въ теоретической части этого сочиненія. Но рассчитывая эти законы, игрокъ долженъ принимать въ соображеніе данныя во время игры условія: упругость бортовъ, величину бильярда, тонкость сукна, вѣсъ шаровъ, степень твердости кожанной наставки на кій.

Здѣсь мы предлагаемъ нѣсколько практическихъ правилъ для этого рода ударовъ. Начинаящій очень часто дѣлаетъ киксы при ударѣ въ бокъ шара. Во избѣжаніе этого надо обращать вниманіе, чтобы въ рукѣ не происходило сотрясенія въ мгновеніе удара, отъ чего кій естественно скользитъ по боку шара. При

этомъ ударѣ въ особенности важно, чтобы плечо оставалось въ совершенномъ покоѣ. Удача зависитъ отъ движенія руки, и мгновеннаго отведенія кія, какъ при ударѣ внизъ шара. Боковой ударъ заставляетъ шаръ вертѣться на косвенной оси, и слѣдствія его оказываются при второмъ толчкѣ о бортъ яснѣе, нежели при первомъ. Это происходитъ отъ того, что шаръ имѣетъ два движенія: поступательное и вращательное, и если первое слабѣетъ, то второе выказывается тѣмъ съ большею ясностью. Простому игроку нерѣдко случается дивиться собственному удару, когда шаръ его отходитъ отъ втораго и третьяго борта по совершенно неожиданному направленію и съ неожиданною скоростью; а хорошій игрокъ, знающій законы движенія шаровъ на бильярдѣ, сдѣлаетъ этотъ же самый ударъ съ умысломъ. Цѣль боковаго удара не только измѣнитъ направленіе шара

послѣ отраженія отъ борта, но и придать ему быстрѣйшее движеніе : ударивши шаръ съ средней силой, но въ бокъ, вы заставите его пробѣжать гораздо большее пространство, нежели ударивши его гораздо сильнѣе, но въ центръ. Этимъ способомъ теперь безъ особеннаго усилія заставляютъ шаръ коснуться борта разъ пять или шесть и сдѣлать потомъ карамболь, — что прежде предполагало у игрока руку Геркулеса.

УДАРЪ ВВЕРХЪ ШАРА.

Если вы хотите заставить вашъ шаръ не отойти отъ другаго шара назадъ, но бѣжать за нимъ дальше, то должны взять его выше центра, и притомъ сдѣлать ударъ кіемъ не острымъ, какъ при клапшtosъ, а вольный, протянутый, что называется — съ подходомъ. При томъ тутъ вовсе не для чего брать своего шара очень высоко. Эта манера ведетъ только

къ киксамъ. Если вы хотите въ то же время заставить вашъ шаръ удариться известнымъ способомъ о бортъ, то не берите его для этого въ самый верхъ и при томъ въ бокъ, — это почти невозможно; вы достигнете той же цѣли, взявши его только немного выше центра.

Есть случаи (особенно если шары стоятъ на одной линіи), когда нельзя сдѣлать карамболь, не перепрыгнувши шаромъ черезъ шаръ. Для этого надо приподнять руку, и ударить шаръ въ голову короткимъ ударомъ, какъ-будто кольнуть его. Многіе даютъ этотъ ударъ слишкомъ сильно, такъ, что шаръ выскакиваетъ за бортъ; его можно однакоже заставить прыгнуть и среднимъ ударомъ, лишь бы умѣть хорошо кольнуть. При навикѣ можно вмѣстѣ съ тѣмъ заставить его отразиться отъ борта съ слѣдствіями боковаго удара, и дѣлать такимъ образомъ самые дивные карамболи.

Шары стоятъ иногда такъ, что невозможно взять своего шара внизъ, съ цѣлью заставить его отойти назадъ. Тогда вы можете достигнуть этой же цѣли иначе : дайте вашему шару почти отвѣсный острый ударъ по сую сторону верхней его точки : если шары не далеко одинъ отъ другаго , вы безъ особеннаго усилія заставьте вашъ шаръ откатиться на всю длину бильярда. Этимъ же ударомъ заставляютъ шаръ пробѣжать известное пространство и воротиться назадъ , не коснувшись борта или другаго шара.

УДАРЪ ВЪ ШАРА ПРИ БОРТѢ.

Если вашъ шаръ ударилъ по другому, стоящему у самага борта , то на этотъ второй шаръ подѣйствуютъ двѣ силы: ударъ вашего шара и отраженіе борта. Последнее онъ естественно передастъ вашему шару, который и отойдетъ по болѣе или менѣе прямой линіи , смотря по углу, подъ которымъ ударилъ другаго

шара. Желая при этихъ условіяхъ заставить свой шаръ отойти назадъ, можно ударить его съ небольшою силою; а чтобы придать быстроты его обратному движенію, надо взять его внизъ. Если же напротивъ того дать ему сильный ударъ по верхъ центра, то онъ по причинѣ отраженія борта отойдетъ назадъ на извѣстное пространство, но потомъ воротится и ударится въ тотъ же бортъ.

Слѣдствія боковаго удара, даннаго кіемъ, всегда измѣняются обратно отъ этого рода столкновенія, также какъ и отъ *contre-coup*. Слѣдовательно, если вы хотите, чтобы вашъ шаръ отошелъ влѣво, и должны взять его вправо, и на оборотъ.

CONTRE-COUP.

Такъ называется встрѣча двухъ шаровъ, бѣгущихъ по разнымъ направленіямъ. Его часто стараются произвести

нарочно, для достиженія пзвѣстныхъ карамболей. Если шаръ близко отъ лузы, особенно угольной, то часто случается, что его можно сдѣлать посредствомъ *contre-coup*. Такой шаръ можетъ считаться за дублетъ, съ тою только разницею, что онъ отскочилъ въ лузу отъ шара, а не отъ борта. Чтобы выполнить этотъ ударъ съ успѣхомъ, должно своего шара взять вверхъ и дать ему легкiй ударъ; если же другой шаръ стоитъ совершенно у борта, то своего должно взять внизъ. Эти бiялiя требуютъ большой точности расчета: предузнать именно ту точку, въ которой шары столкнутся, не легко. Дѣлать умысленный *contre-coup* хорошо только въ томъ случаѣ, когда вы почти увѣрены въ успѣхѣ; при неудачѣ, шаръ вашъ остается близъ лузы, и вы сдѣлали подставку.

Указавши на слѣдствiя разныхъ родовъ удара кiемъ и давши практическiя

наставленія къ ихъ выполненію , перейдемъ теперь къ изложенію физическихъ законовъ движенія и столкновенія тѣлъ. Знаніе этихъ законовъ необходимо для всякаго кто хочетъ сдѣлаться первокласснымъ игрокомъ на бильярдѣ.

II. ЧАСТЬ ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ.



1) О ДВИЖЕНИИ ВООБЩЕ.

Движеніе каждаго тѣла совершается съ извѣстною *скоростью* и въ извѣстномъ *направленіи*.

Скорость движенія зависитъ отъ *силы*, двинувшей тѣло, и отъ *массы* (вѣса) этого тѣла. Чѣмъ больше сила, которая заставляетъ тѣло двигаться, тѣмъ скорѣе оно движется; и чѣмъ больше масса самаго тѣла, тѣмъ оно движется медленнѣе. Напримѣръ: положимъ, что вы толкнули шаръ, вѣсомъ въ 2 фунта, съ такою силою, что онъ пробѣжалъ въ одну секунду 3 аршина; — если вы толкнете его *вдвое* сильнѣе, то онъ пробѣжитъ въ

одну секунду *6 аршинъ*; и если вы толкнете съ одинакою силою *два шара*, изъ которыхъ въ одномъ вѣсу *одинъ фунтъ*, а въ другомъ *два*, то первый пробѣжитъ въ секунду *вдвое* дальше.

Изъ этого слѣдуетъ, что *движущая сила* равна произведенію *массы тѣла* на его *скорость*. Такъ, наприм., въ первомъ примѣрѣ *2 фунта* пробѣжали въ секунду *3 аршина*; слѣдовательно *двинувшая ихъ сила* была равна $2 \times 3 = 6$; во второмъ примѣрѣ тѣже *два фунта* пробѣжали въ секунду *шесть аршинъ*, слѣдовательно *двинувшая ихъ сила* была равна $2 \times 6 = 12$: т. е. *вдвое* больше первой.

Направленіе движенія бываетъ или *прямое* или *криволинейное*.

Тѣло движется *прямо*, когда его *двинула одна сила*, или и *нѣсколько силъ въ одно время*, не *измѣняющихъ послѣ того своихъ между собою отношеній*. Что касается до *дѣйствія одной силы*, то оно

такъ понятно , что объ немъ распростра-
няться нечего. Если же на тѣло подѣй-
ствовали нѣсколько силъ разомъ , то
спрашивается , куда и какъ скоро дви-
нется тѣло ?

Вотъ законъ , по которому движется
тѣло , когда на него дѣйствуютъ нѣ-
сколько силъ :

Положимъ , что на тѣло А (фиг. 1)
дѣйствуютъ двѣ силы : одна заставляетъ
его двинуться въ секунду до точки В , а
другая , тоже въ секунду , до точки С.
Въ такомъ случаѣ тѣло А не пойдетъ ни
по направлеию къ В , ни по направлеию
къ С , а передвинется въ секунду по ли-
нii до точки D , которая находится все-
гда тамъ , гдѣ пересѣкается линiя ВD,
паралельная АС , съ линiею СD , паралель-
ною АВ.

На основанii этого закона легко опре-
дѣлить , куда двинется тѣло , если на
него дѣйствуетъ и болѣе двухъ силъ.

Положимъ на примѣръ, (фиг. 2) что на тѣло А, дѣйствуютъ три силы: одна движетъ его къ В, другая къ С, третья къ D.

Тогда, проведши линіи ВЕ и СЕ, мы получимъ линію АЕ по которой тѣло пойдетъ отъ дѣйствія силъ АВ и АС. Другими словами, мы свели двѣ силы на одну, и такъ какъ остается *третья*, АД, то и ея можно свести на одну съ полученною АЕ. Эта общая сила будетъ АF, и слѣдовательно тѣло А, двинется отъ дѣйствія всѣхъ трехъ силъ, къ F. Такимъ образомъ, соединяя по двѣ силы въ одну, мы можемъ свести въ одну всякое число силъ, дѣйствующихъ на тѣло.

Такое прямолинейное движеніе происходитъ, какъ мы уже сказали, въ томъ случаѣ, когда силы, однажды подѣйствовавшіе на тѣло, не измѣняютъ потомъ своего другъ къ другу отношенія; но если это отношеніе нарушится, если, на примѣръ, одна изъ нихъ ослабѣетъ

сравнительно съ другою , то тѣло пойдетъ по *дугообразной* или *ломаной* линіи.

Если на тѣло А (фиг. 3) дѣйствуютъ двѣ силы, изъ которыхъ одна заставляетъ его двигаться къ С, а другая, въ такой же промежутокъ времени, къ D, то тѣло пройдетъ въ эту единицу времени до В, и потомъ должно бы идти по направленію къ Е. Но положимъ что въ точкѣ В, сила АС осталась таже, и заставляетъ тѣло двигаться къ Н, а сила АД увеличилась, такъ, что заставляетъ тѣло пройти въ ту же единицу времени не ВЕ, равное АД, но ВG; тогда тѣло измѣнитъ свое первоначальное направленіе и пойдетъ уже по линіи ВІ.

Такимъ образомъ, если отношеніе движущихъ силъ будетъ измѣняться непрерывно, въ каждой точкѣ, то тѣло опишетъ *кривую* линію.

2. О СТОЛКНОВЕНІИ ИЛИ УДАРѢ.

Предварительно мы должны замѣтить, что ударъ можетъ быть *прямой* или *косой*, что столкнувшіяся тѣла могутъ быть *упругія* и не *упругія*, что одно изъ нихъ можетъ быть настигнуто другимъ во время покоя, и что если оба они столкнулись въ движеніи, то это могло произойти отъ *встрѣчи* ихъ или отъ того, что одно *напало* другое.

Всѣ эти условія измѣняютъ движенія тѣлъ послѣ удара.

Прямымъ ударомъ называется тотъ, при которомъ линія движенія проходитъ прямо чрезъ центры тяжести обоихъ тѣлъ; напримѣръ: если шаръ А (фиг. 4) движется по направленію линіи CD, которая проходитъ сквозь центры тяжести двухъ шаровъ А и В, (въ шарахъ они же и центры фигуры), то ударъ называется *прямымъ*. Если же эта линія движенія не

проходитъ сквозь оба центра, какъ напр. при движеніи шара А отъ Е къ F, то ударъ называется *косымъ*.

А. СЛѢДСТВІЯ ПРЯМАГО УДАРА.

Такъ какъ явленія, происходящія отъ удара, зависятъ еще отъ *упругости* или *неупругости* тѣлъ, то мы и должны разсматривать порознь слѣдствія удара тѣлъ упругихъ и неупругихъ.

Неупругими тѣлами называются тѣ, которые, будучи измѣнены въ своей формѣ внѣшнею силою, не стремятся возстановить ее, когда внѣшняя сила перестаетъ на нихъ дѣйствовать. Такъ напр. свинцовый или восковой шаръ, крѣпко ударившись о твердую плоскость, сплюснется, и останется сплюснутымъ, тогда какъ резиновый мячикъ, сплюснувшись, опять сдѣлается послѣ того круглымъ. Эти свойства производятъ, какъ будетъ показано ниже, большую разницу въ дви-

женіи упругихъ и не упругихъ тѣлъ по-
слѣ толчка. Слѣдуетъ только замѣтить,
что совершенно упругихъ и совершенно
неупругихъ тѣлъ въ природѣ не суще-
ствуетъ, хотя многіе и подходятъ очень
близко къ степени совершенства этихъ
свойствъ. Теорія же, рассматривая явленія
движенія тѣлъ, предполагаетъ ихъ
совершенно упругими или неупругими.
Что касается до приложенія этой теоріи
къ бильярдной игрѣ, то она почти права
въ своемъ предположеніи, потому что
шары изъ слоновой кости одарены почти
совершенною упругостью, и всѣ выводы
теоріи вполнѣ осуществляются на биль-
ярдѣ.

1) прямой ударъ тѣлъ неупругихъ.

1) Положимъ, что два шара, А и В,
движутся въ одну сторону; но А дви-
жется скорѣе и нагоняетъ В. Когда онъ
его нагонитъ, то скорость шара А есте-

ственно должна уменьшиться, потому что онъ встрѣтилъ препятствіе, а скорость шара В увеличится, потому что его толкаетъ нагнавшій шаръ. Они начнутъ другъ друга давить; но это давленіе скоро прекратится, и шары побѣгутъ дальше съ *одинаковою общею скоростью*. Эта общая скорость будетъ равняться *суммѣ движущихъ шары силъ, раздѣленной на сумму ихъ массъ*. Пояснимъ это примѣрами :

1) Положимъ что шаръ А, вѣсомъ въ 8 фунтовъ, двигаясь со скоростью 6-ти аршинъ въ секунду, напалъ другой шаръ В, вѣсомъ въ 4 фунта, двигавшійся по той же линіи и въ томъ же направленіи со скоростью 3-хъ аршинъ въ секунду.

Столкнувшись, они будутъ двигаться дальше уже не по три и не по шести аршинъ въ секунду; по по сколько же именно? разотчемъ :

Движ. сила шара В равна $3 \times 4 = 12$

Движ. сила шара А равна $6 \times 8 = 48$

Сумма обонхъ силъ $= 60$

Масса шара А равна 8

— — В — 4

Сумма массъ $= 12$

Раздѣливши 60 на 12, получимъ общую скорость движенія послѣ столкновенія шаровъ, именно 5 *аршинъ* въ секунду.

2) Положимъ, что тѣже самые шары встрѣтились, двигаясь съ тѣми же скоростями по совершенно противоположнымъ направленіямъ.

Тогда *общая скорость ихъ будетъ равняться разности движущихъ ихъ силъ, раздѣленной на сумму ихъ массъ.* И притомъ движеніе будетъ продолжаться по направленію *большой силы.*

Сдѣлаемъ расчетъ:

Движ. сила шара В равна $3 \times 4 = 12$

Движ. сила шара А равна $6 \times 8 = 48$

Разность = 36

Масса шара А = 8

— — В = 4

Сумма = 12

Раздѣливши 36 на 12, получимъ общую скорость обоихъ шаровъ = 3 аршина въ секунду; т. е., сбѣжавшись, въ первую секунду, одинъ за три, а другой за шесть аршинъ, они отодвинутся во вторую секунду на 3 аршина по направленію бѣльшей силы, т. е. въ ту сторону въ которую двигался шаръ А.

3) Положимъ, что шаръ В находился въ покоѣ, когда его толкнулъ шаръ А, пробѣгая въ секунду 6 аршинъ.

Тогда, чтобы получить *общую* скорость обоихъ шаровъ, надо только раздѣлить движущую силу шара А (сила шара В

равняется нулю) на сумму ихъ массъ.
Именно :

$$\text{Сила шара А равна } 6 \times 8 = 48$$

$$\text{Сумма обоихъ шаровъ } 8 + 4 = 12$$

Раздѣливши 48 на 12, получимъ общую скорость 4 аршина въ секунду; т. е. послѣ толчка оба шара подвигнутся въ секунду на 4 аршина по направленію шара А.

4) Если два шара одинаковой массы встрѣтятся въ противоположномъ направленіи, движимые одинаковыми силами, то вовсе перестаютъ двигаться.

Положимъ, что два шара, каждый по 2 фунта вѣсу, столкнулись со скоростью 3 арш. въ секунду. Тогда *разность* ихъ силъ $6 - 6$, будетъ равна нулю; и если раздѣлить ее на сумму массъ $= 4$, то для общей скорости опять получится нуль, т. е. они перестанутъ двигаться.

Это можетъ случиться и при *разныхъ* массахъ шаровъ, если только и *скорость*

ихъ движенія не одинакова, такъ что движущія силы выходятъ равны.

Положимъ напр. что шаръ А, въ 8 фунтовъ, двигаясь со скоростью 3-хъ аршинъ въ секунду, встрѣтился съ шаромъ В, въ 4 фунта, движущимся по 6 аршинъ въ секунду.

Тогда сила шара А будетъ $3 \times 8 = 24$

Сила шара В — $4 \times 6 = 24$

разность силъ $\underline{\underline{= 0}}$

Слѣдовательно и общая скорость, т. е. 0, раздѣленный на сумму массъ ($= 12$), будетъ равна нулю.

Еще, если масса тѣла, находящагося въ покоѣ, будетъ чрезвычайно велика въ сравненіи съ массою движущагося тѣла, то общая скорость ихъ движенія выйдетъ такъ мала, что ее можно считать за нуль.

Положимъ наприм., что шаръ А, въ 2 фунта вѣсу, двигаясь по три аршина въ секунду, ударился въ шаръ В, вѣсомъ

въ 6000 фунтовъ, находившійся въ покоѣ. Тогда общая ихъ скорость будетъ равняться силѣ шара А, $2 \times 3 = 6$, разделенной на сумму массъ, т. е. на 6002, что составитъ меньше одной линіи.

2) ПРЯМОЙ УДАРЪ ТѢЛЪ УПРУГИХЪ.

Упругими тѣлами называются тѣ, которые, будучи сжаты внѣшнею силою, стремятся возстановить свою прежнюю форму, и возстановляютъ ее, когда прекратится дѣйствіе внѣшней сжимающей силы. Если сжать напр. резиновый мячикъ, то онъ тотчасъ же принимаетъ прежній видъ шара, какъ только сжатіе прекратится; по этому резина есть тѣло упругое.

Когда упругое тѣло (фиг. 5) ударится о неподвижную твердую плоскость въ перпендикулярномъ къ ней направленіи, то перпендикулярный поперечникъ тѣла,

DE, сдѣлается короче, а параллельный съ плоскостью, FG, линиѣ, точно также, какъ если бы вы рукою прижали это тѣло къ плоскости. Это происходитъ отъ того, что сила, заставившая тѣло двигаться отъ С къ Е, не исчезаетъ мгновенно, когда тѣло встрѣтитъ въ плоскости препятствіе для дальнѣйшаго движенія. Эта сила будетъ еще нѣсколько времени тѣснить всѣ частицы тѣла по направленію отъ С къ Е; тогда, естественно, частицы у точки D подадутся къ Е, а частицы у точки Е не подадутся дальше, потому что этому препятствуетъ плоскость. Слѣдовательно разстояніе отъ D до Е уменьшится, и тѣло очевидно должно раздаться въ стороны, т. е. разстояніе отъ F до G увеличиться.

Это сжиманіе тѣла продолжается до тѣхъ поръ, пока не исчезла въ немъ сила, заставившая его двигаться отъ С къ Е; но мало по малу она слабѣетъ, и

наконецъ вовсе исчезаетъ. Тогда упругое сжатое тѣло начинаетъ возстановлять свою прежнюю фигуру; и, какъ сжавшая его сила исчезла постепенно, такъ и фигура начинаетъ возстановляться съ тою же постепенностью, сперва тише, потомъ скорѣе; частицы, которыя послѣ встрѣчи тѣла съ плоскостью продолжали двигаться по направленію SE все тише и тише, пока наконецъ это движеніе не прекратилось вовсе, — начинаютъ, при возстановленіи фигуры тѣла, двигаться обратно отъ E къ C , и при томъ все скорѣе и скорѣе, такъ что въ то мгновеніе, когда тѣло приметъ опять первоначальную фигуру, частицы его движутся отъ E къ C съ такою же скоростью, съ какою двигались отъ C къ E въ минуту столкновенія съ плоскостью. Тѣло, естественно, отскочитъ отъ плоскости и пойдетъ обратно. Это называется *отраженіемъ*.

Разсмотримъ теперь разныя явленія при прямомъ ударѣ упругихъ тѣлъ.

1) Положимъ, что упругій шаръ А, вѣсомъ въ 8 фунтовъ, пробѣгая 6 аршинъ въ секунду, нагналъ шаръ В, вѣсомъ въ 4 фунта, пробѣгавшій въ секунду 3 аршина.

Мы уже знаемъ, что если бы эти шары были неупруги (стр. 29), то они продолжали бы двигаться по направленію бѣльшей силы, со скоростью 5-ти аршинъ въ секунду. Шары, столкнувшись, сожмутся, и пока еще не дѣйствуетъ упругость, будутъ повиноваться закону движенія тѣлъ *неупругихъ*. Слѣдовательно они должны двигаться въ это мгновеніе вмѣстѣ по 5 аршинъ въ секунду, т. е. А потеряетъ 1 арш. своей скорости, а В приобрѣтетъ 2 арш. скорости. Но когда начнетъ дѣйствовать упругость, шары, усиливаясь принять свою первоначальную фигуру, будутъ другъ друга отталкивать;

движеніе шара В ускорится, потому что А начнет тѣснить его въ ту сторону куда онъ и безъ того уже движется, а движеніе шара А замедлится, потому что В будетъ отталкивать его въ противоположную его движенію сторону. Мы уже знаемъ, что фигура тѣла возстановляется съ тою же силою и быстротою, съ которою была нарушена; стало быть и въ настоящемъ случаѣ упругость произведетъ такое дѣйствіе, какъ будто столкновеніе шаровъ повторилось еще разъ, т. е. шаръ А потеряетъ еще единицу своей скорости, а шаръ В пріобрѣтетъ еще двѣ единицы.

И такъ шаръ А, двигавшійся сначала по 6 арш. въ секунду, потерялъ 1 арш. скорости при ударѣ объ шаръ В, и пошелъ въ общей съ нимъ скорости по 5 арш. въ секунду; а потомъ, отъ дѣйствія упругости, потеряетъ еще 1 арш. и слѣ-

довательно будетъ продолжать движеніе по 4 арш. въ секунду.

Шаръ В, двигавшійся сначала по 3 арш. въ секунду, приобрѣлъ отъ толчка шара А 2 арш. скорости и пошелъ съ нимъ по 5 арш. въ секунду; отъ дѣйствія упругости онъ приобрѣтетъ еще 2 арш. скорости, и побѣжитъ по 7 арш. въ секунду.

Слѣдовательно, вообще, при достиженіи одного эластическаго тѣла другимъ, скорость каждаго изъ нихъ послѣ толчка будетъ равняться общей скорости ихъ, взятой вдвое и уменьшенной вычетомъ первоначальной скорости шара.

Такъ напр. здѣсь, для шара А:

$$\text{Общая скорость} = 5$$

$$\text{Взятая вдвое} = 10$$

Изъ 10 вычестъ первоначальную скорость А = 6, останется 4, скорость, съ которою А будетъ двигаться послѣ толчка.

Для В, изъ тѣхъ же 10 надо вычесть 3, и тогда получится скорость его послѣ толчка = 7 арш. въ секунду.

2) Если нагнавшій шаръ равенъ мас-сою настигнутому, то послѣ толчка оба шара будутъ продолжать двигаться въ одну сторону обмѣнявшись скоростями. Наприм. шаръ А, въ 2 фунта, пробѣгаетъ 5 арш. въ секунду и нагоняетъ шаръ В, тоже въ 2 фунта вѣсомъ, пробѣгающій 3 арш. въ секунду. Тогда, на основаніи уже изложеннаго закона (стр. 38), шаръ А будетъ двигаться со скоростью 3, а шаръ В со скоростью 5 арш. въ секунду т. е. они обмѣняются скоростями.

3) Если движуція силы упругихъ тѣлъ, стремящихся прямо одно противъ другаго, равны, то тѣла эти, столкнувшись, отскочатъ обратно по тѣмъ же линіямъ и съ тѣми же скоростями, съ которыми сбѣжались. Если наприм. шаръ А, въ 2 фунта вѣсу, пробѣгая 4 арш. въ секунду

(то есть повинуюсь движущей силѣ $8 = 2 \times 4$), столкнулся съ шаромъ В, въ 4 фунта вѣсу, но пробѣгающимъ только 2 арш. въ секунду, слѣдовательно движимымъ такимъ же количествомъ силы $8 = 4 \times 2$, то они и разбѣгутся въ противоположныя стороны, — шаръ А со скоростью 4 арш., а шаръ В 2 аршинъ въ секунду.

Тоже самое произойдетъ, если два одинакихъ шара сбѣгутся съ одинаковою скоростью.

4) Если два шара одинаковой массы столкнутся съ разными скоростями, то разбѣгутся обратно помѣнявшись скоростями. Напр. если шаръ А и шаръ В, оба по 2 фунта вѣсу, сбѣжались вмѣстѣ, причемъ А бѣжалъ со скоростью 3 аршинъ въ секунду, а В со скоростью 6 аршинъ въ секунду; то послѣ толчка А побѣжитъ назадъ со скоростью 6-ти, а В со скоростью 3 аршинъ въ секунду.

5) Если одно тѣло, А, находится въ покоѣ, а другое, однаковой съ нимъ массы, В, объ него ударится, то В останется на мѣстѣ безъ движенія, а А пойдетъ по тому же направленію и съ тою же скоростью, съ которою двигалось до встрѣчи тѣло В. По этому ежели поставить рядъ шаровъ В, С, D, Е, (фиг. 6) по прямой линіи, такъ, чтобы они касались другъ друга, и ударить въ первый шаръ В шаромъ А, то шары А, В, С, D, останутся на мѣстѣ, а послѣдній Е побѣжитъ съ тою же скоростью, съ которою бѣжалъ шаръ А.

6) Если шаръ В въ покоѣ, а масса ударяющаго шара А не равна массѣ В, то скорость шара А послѣ удара будетъ равняться *первоначальной его скорости, помноженной на его массу за вычетомъ массы В, и раздѣленной на ихъ сумму*. А скорость шара В \equiv *первоначальной скорости шара А, помноженной на вдвое взл-*

тую массу А, и раздѣленной на сумму массъ.

Изъ этого выходитъ , что если масса ударяющаго шара А большіе массы находящагося въ покоѣ В, то А будетъ продолжать свое движеніе по первоначальному направленію, а скорость, сообщенная В, будетъ больше скорости А.

Положимъ , напримѣръ , что шаръ А, въ 2 фунта вѣсу, ударяется о шаръ В, въ 1 фунтъ вѣсомъ, со скоростью 3 арш. въ секунду : скорость А послѣ удара будетъ равна начальной скорости его = 3, помноженной на его массу за вычетомъ массы В (= 2 — 1 = 1), и раздѣленной на сумму массъ (= 2 + 1 = 3),

$$\text{то есть } \frac{3 \times 1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

А скорость В будетъ равна начальной скорости А = 3, помноженной на массу А, взятую вдвое = 2 × 2 = 4, и раздѣленной на сумму массъ = 3,

$$\text{то есть } \frac{3 \times 4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Если же масса А меньше массы В, то А отскочитъ назадъ, а скорость, сообщенная В, будетъ меньше первоначальной скорости А. Напримѣръ шаръ А, въ 1 фунтъ, двигаясь со скоростью 3 арш. въ секунду, толкнулъ шаръ В, въ 2 фун. Тогда скорость А послѣ удара будетъ равна : начальной его скорости = 3, помноженной на его массу за вычетомъ массы В = 1 — 2 = — 1, и раздѣленной на сумму массъ = 3.

$$\text{То есть } \frac{3 \times -1}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

А скорость В будетъ равна начальной скорости А = 3, помноженной на дважды взятую массу А = 2, и раздѣленной на сумму массъ = 3.

$$\text{То есть } \frac{3 \times 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

И такъ въ семъ послѣднемъ случаѣ А получитъ *отрицательную* скорость единицы, то есть отскочитъ въ секунду на аршинъ *назадъ*, а В получитъ положи-

тельную скорость 2, то есть пойдётъ по направленію первоначальнаго движенія А со скоростью 2 арш. въ секунду.

В. СЛѢДСТВІЯ КОСВЕННАГО УДАРА.

Изъ опредѣленія прямаго удара (стр. 25) мы уже знаемъ, что такое ударъ косвенный. Разсмотримъ его слѣдствія.

1) Косвенный ударъ тѣлъ неупругихъ.

1) Если шаръ А, (фиг. 7) вѣсомъ въ 3 фунта, движется по направленію къ точкѣ Х со скоростью 4 арш. въ секунду, и столкнется съ шаромъ В, вѣсомъ въ 2 фунта, движущимся по направленію къ точкѣ У, со скоростью 5 арш. въ секунду, то можно принять, что въ мгновеніе удара шаръ А находится въ покоѣ.

Тогда общая скорость шаровъ будетъ $\frac{10}{3} = 2$ арш. въ секунду (А D), а направленіе движенія отъ В къ У; но движущая сила А уноситъ его въ ту же еди-

ницу времени на четыре аршина къ Х (А С); слѣдовательно оно пройдетъ въ секунду линію отъ А до F.

2) Если неупругое тѣло ударилось вкось о твердую плоскость ВС въ точкѣ N, (фиг. 8) пробѣжавши въ секунду отъ D до N, то мы можемъ предположить, что въ точкѣ D на него дѣйствовали двѣ силы: одна, заставлявшая его двинуться въ секунду отъ D до С, прямо противъ плоскости, и другая, заставлявшая его подвинуться въ ту же секунду параллельно съ плоскостью, отъ D до E.

Во время встрѣчи съ плоскостью на тѣло дѣйствуютъ тѣже силы: одна, равная DC, понуждаетъ его двигаться отъ N къ F, а другая, равная DE, отъ N къ B. Но сила NF, прямо противоположная, естественно уничтожится отъ противодѣйствія плоскости, и слѣдовательно тѣло, повинувшись уже одной силѣ, подвинется въ слѣдующую секунду отъ N къ B.

2) косої ударъ тѣлъ упругихъ.

1) Возьмемъ тотъ же примѣръ косога удара о твердую плоскость (фиг. 8), предположивши только ударившееся тѣло упругимъ. Въ мгновеніе удара сила DC уничтожится отъ сопротивленія плоскости, и частицы тѣла сдавятся по направленію линіи EF ; но упругость тѣла, возстановляя фигуру его, заставитъ эти частицы двигаться обратно отъ F къ E съ силою, равною силѣ DC , но только дѣйствующею обратно. Слѣдовательно въ точкѣ N на тѣло A будутъ дѣйствовать двѣ силы: одна, DE , оставшаяся неизмѣненною, заставитъ его идти отъ N къ B , а другая, тоже неизмѣнившаяся въ величинѣ, т. е. равная силѣ DC , но дѣйствующая въ обратномъ направленіи, заставитъ его двигаться отъ N къ E . Слѣдовательно тѣло пройдетъ въ слѣдующую секунду по діагонали отъ N къ G .

2) Положимъ что шаръ А, (фиг. 9) въ 4 фунта вѣсу, пробѣгая въ секунду 5 аршинъ отъ А до С, ударился о неподвижный шаръ В, вѣсомъ въ 2 фунта.

Чтобы узнать послѣдствія этого удара, проведемъ сквозь центры обоихъ шаровъ и точку ихъ соприкосновенія неопредѣленную прямую линію DE; потомъ разложимъ силу AC на двѣ: на силу AF, параллельную съ DE, и силу AG, ей прямо противную. Скорость первой будетъ 3 ар., а второй 4 аршина въ секунду. Сила FC (=AG) неизмѣнится при столкновеніи, слѣдовательно будетъ увлекать шаръ А въ слѣдующую секунду отъ С до Н, равное FC. Но по линіи GC (=AF) произойдутъ слѣдствія прямого удара. При настоящихъ условіяхъ шаръ А долженъ двигаться въ слѣдствіе прямого удара по тому же направленію DE, со скоростью 1 арш. въ секунду (см. стр. 41) Положимъ, что линія CJ равна этому

пространству. Тогда, соединивши двѣ силы, $СН$ и $СJ$, дѣйствующія на шаръ A , мы увидимъ, что A будетъ двигаться послѣ удара по направленію отъ C къ K .

Если бы масса шара A была меньше массы B , напримѣръ въ 2 фунта противъ четырехъ, то въ слѣдствіе прямаго толчка въ точкѣ C шаръ A долженъ бы отскочить назадъ по линіи CD , со скоростью 1 арш. въ секунду. И тогда, если положить CL равнымъ 1 аршину, то шаръ A долженъ послѣ толчка пробѣжать въ секунду діагональ CM .

Если массы обонхъ шаровъ равны, тогда сила DC во время толчка уничтожается въ шарѣ A и передается вся шару B . Шаръ A пойдетъ, движимый уже только силою FC , по направленію къ H .

Что же касается до шара B , то онъ во всѣхъ трехъ случаяхъ пойдетъ по направленію линіи, проведенной отъ точки соприкосновенія шаровъ къ его центру,

то есть по линіи ВЕ. Скорость же его движенія будетъ зависѣть , какъ уже извѣстно , отъ содержанія массъ шаровъ и скорости DC.

Изъ этого слѣдуетъ: 1) если массы шаровъ равны , то они расходятся послѣ толчка подъ прямымъ угломъ. 2) Если масса ударяющаго шара больше, то шары расходятся подъ острымъ угломъ. 3) Если его масса меньше, то они расходятся подъ тупымъ угломъ.

3) Положимъ , что шаръ А , (фиг. 10) двигаясь отъ А къ D по 2 арш. въ секунду ($= AC$), столкнулся съ шаромъ В, одинаковой съ нимъ массы, двигавшимся отъ В къ Е , со скоростью 3 аршинъ въ секунду ($= BF$).

Чтобы узнать послѣдствія этой встрѣчи , проведемъ сквозь центры шаровъ и точку ихъ соприкосновенія прямую линію GH , и разложимъ силы AC и BF на другія , параллельныя и противополож-

пыя линіи GH ; именно: силу AC на AI и AK , а силу BF на BL и BM . Тогда окажется, что силы AI и BL , какъ параллельныя, неизмѣнятся, и что сила AI заставитъ шаръ A пройти изъ точки C въ секунду до N , а сила BL двинетъ шаръ B изъ точки F въ одну секунду до O . Остается разсмотрѣть, какое измѣненіе въ движеніи шаровъ произойдетъ отъ прямого удара при встрѣчѣ силъ LF и IC . Мы уже знаемъ (стр. 40), что при встрѣчѣ двухъ шаровъ одинаковой массы, но не одинаковой быстроты, они разбѣгаются по тѣмъ же линіямъ, помѣнявшись скоростями движенія. Стало быть шаръ A , двигавшійся со скоростью IC , пойдетъ назадъ по той же линіи со скоростью шара B , т. е. $LF = CP$; а шаръ B пойдетъ назадъ со скоростью шара A , т. е. $IC = FQ$. Соединивши силы CP и CN , дѣйствующія на шаръ A въ точкѣ C , въ одну силу, мы увидимъ, что онъ пройдетъ

въ секунду по діагонали отъ С къ R. А шаръ В, въ слѣдствіе такого же соединенія силъ FQ и FO, пойдетъ по діагонали FS.

3) О ДВИЖЕНІИ ШАРОВЪ НА БИЛЬЯРДѢ.

Излагая законы движенія и столкнове- нія, мы предполагали тѣла движущимися въ свободномъ пространствѣ. Но на бильярдѣ явленія гораздо сложнѣе по причи- нѣ вмѣшательства тренія о сукно и вра- щательнаго движенія шаровъ, сообщаема- го имъ ударомъ кія.

Такъ, напримѣръ, ударивши бѣлымъ шаромъ въ краснаго по прямой линіи, должно бы ожидать, что бѣлый мгно- венно остановится при толчкѣ, а красный побѣжитъ по его направленію съ его же скоростью. На бильярдѣ оказывается однако же большею частью другое: бѣ- лый шаръ продолжаетъ еще нѣсколько

времени бѣжать за краснымъ. Это происходитъ отъ тренія о сукно, которое заставляетъ бѣлый шаръ вертѣться около своей горизонтальной оси впередъ, т. е. въ ту же сторону, въ которую погналъ его ударъ кія. Въ минуту столкновенія, сила, сообщенная ему кіемъ, переходитъ вся къ красному, но вращательная сила, происшедшая отъ тренія о сукно, продолжаетъ еще дѣйствовать на бѣлый и онъ катится еще нѣсколько времени въ ту же сторону.

Изъ этого видно, что *движеніе вашего шара послѣ прямого удара зависитъ единственно отъ вращательнаго его движенія.*

Основываясь на этой истинѣ, можно давать своему шару какое угодно направленіе послѣ толчка.

1) Если вы хотите, чтобы онъ остановился на мѣстѣ столкновенія, и шары другъ отъ друга не далеко, толкните его сильно и немного ниже центра, такъ

чтобы онъ скользя по сукну, не получая вращательнаго движенія. Ударъ ниже центра естественно заставляетъ шаръ вертѣться въ сторону противную его поступательному движенію, т. е. къ игроку, а треніе о сукно пробуждаетъ въ немъ вращательную силу въ одну сторону съ движеніемъ поступательнымъ, т. е. прочь отъ игрока. Все искусство состоитъ слѣдовательно въ умѣньи соразмѣрить эти двѣ силы такъ, чтобы онѣ другъ друга уничтожили; тогда шаръ вашъ, повинувся только прямому удару кія, остановится на мѣстѣ столкновенія съ другимъ шаромъ.

2) Если вы хотите, чтобы онъ бѣжалъ за нимъ какъ можно дольше, ударьте его *выше* центра. Тогда, кромѣ вращательнаго движенія впередъ, сообщаемаго треніемъ о сукно, шаръ получитъ такое же движеніе и отъ кія.

3) Если вы хотите, чтобы вашъ шаръ

отошелъ назадъ , ударьте его *ниже* центра, но такъ, чтобы обратное вращательное движеніе, сообщенное ему этимъ ударомъ кія, было сильнѣе вращательнаго прямаго, которое пробуждается въ немъ треніемъ. Тогда толкнувшись о другой шаръ, онъ передастъ ему всю поступательную силу и повинуваясь одной обратной вращательной откатится къ вамъ назадъ.

Прежде нежели приступимъ къ дальнѣйшему изложенію законовъ движенія шаровъ на бильярдѣ мы должны сдѣлать опредѣленіе нѣсколькихъ терминовъ.

- 1) *Точкою опоры* пазывается та точка шара, которая касается сукна, и гдѣ происходитъ треніе между сукномъ и шаромъ.
- 2) *Верхняя точка* — ей противоположная.
- 3) *Верхній центръ удара* — точка на вертикальной оси шара, разстояніемъ на $\frac{2}{3}$ радіуса вверхъ отъ центра.
- 4) *Нижній центръ удара* точка на той же

оси, на $\frac{2}{3}$ радиуса внизъ отъ центра. 5) *Ось* — линія вокругъ которой вертится шаръ. 6) *Скорость круговращенія точки опоры* — скорость, съ которою точка опоры движется вокругъ центра вслѣдствіе вращательной силы шара, предполагая центръ его неподвижнымъ. 7) *Скользящее состояніе шара* — когда точка опоры не имѣетъ никакого вращательнаго движенія. 8) *Конечное движеніе шара* — когда шаръ катится по сукну просто, не скользя, безъ всякаго тренія. Тогда скорость круговращенія точки опоры равна и прямо противоположна скорости перемѣщенія центра. 9) *Окончательное направленіе шара* — то, которому онъ слѣдуетъ въ конечномъ движеніи. 10) *Перемѣнное состояніе* — то, когда шаръ не перешелъ еще въ конечное движеніе, слѣдовательно точка опоры скользитъ и производитъ треніе. Въ это время скорости поступательнаго и вращатель-

наго движенія измѣняются чрезвычайно быстро, стремясь слиться въ одно.

1) о криволинейномъ движеніи
ШАРА.

Если шаръ получилъ такое движеніе, что ось круговращенія лежитъ въ косвенномъ направленіи къ линіи движенія центра, то онъ описываетъ, по причинѣ тренія сукна на точку его опоры, кривую линію, именно параболу.

Положимъ, что шаръ движется по линіи АВ (Фиг. 11), (которая здѣсь изображаетъ и направленіе и скорость перемѣщенія центра шара), и въ то же время вращается около оси отъ G къ F, при чемъ AG изображаетъ скорость круговращенія точки опоры, а AF равную по противоположную ей скорость круговращенія верхней точки шара. Тогда треніе будетъ оттягивать шаръ отъ линіи АВ въ сторону по направленію линіи BF, а ось кру-

говращенія CD будетъ мало по малу перемѣнять свое положеніе отъ C къ E и отъ D къ K , пока не сольется съ линією движеніе центра. Эти вліянія заставятъ шаръ описать кривую линію, параболу AL ; когда же вращательное движеніе сольется въ направленіи своемъ и уравняется съ поступательнымъ въ точкѣ L , то шаръ покатится по прямой линіи LV , безъ тренія, т. е. придетъ въ конечное движеніе.

Направленіе этой линіи конечнаго движенія отыскивается слѣдующимъ образомъ: если взять на линіи AG линію AN , равняющуюся $\frac{2}{3} AG$, то эта линія будетъ обозначать скорость движенія нижняго центра удара, и линія, проведенная отъ точки N къ точкѣ B будетъ параллельна съ конечнымъ движеніемъ шара, которое начнется съ точки L , гдѣ шаръ перестаетъ описывать кривую ли-

нію, потому что поступательное движеніе уравнивается съ вращательнымъ.

2) о горизонтальномъ ударѣ кія.

Замѣтимъ предварительно, что *линією удара* кія называется линія, проведенная сквозь точку соприкосновенія кія съ шаромъ по направленію движенія кія, которое предполагается всегда совпадающимъ съ осью его фигуры.

Вертикальною же плоскостью удара называется вертикальная плоскость, поставленная на линіи удара.

Если линія удара и не проходитъ чрезъ центръ шара, (лишь бы только не сдѣлать кикса) первоначальное направленіе шара независитъ отъ тренія между кіемъ и шаромъ, по единственно отъ удара кія, или, точнѣе, отъ линіи удара кіемъ. На шарѣ есть однако же черта, за которою треніе уже не можетъ помѣшать кію скользнуть по шару во время удара. Эта

черта будетъ гораздо ближе къ центру или даже и вовсе уничтожится, если конецъ кія сдѣлаетъ маленькое движеніе въ сторону. Крайняя точка, въ которую можно, не дѣлая кикса, ударить кіемъ съ кожанымъ наконечникомъ, хорошо натертымъ мѣломъ, — $\frac{7}{10}$ радіуса отъ центра шара.

Когда *линія удара горизонтальна* или когда *вертикальная плоскость удара проходитъ черезъ центръ*, шаръ всегда поидетъ по прямой линіи. Стоитъ только держать кіи параллельно доскѣ бильярда, то куда бы ни толкнуть шаръ, онъ всегда поидетъ прямо по линіи удара.

Это движеніе по прямой линіи начинается обыкновенно перемѣннымъ движеніемъ, которое сдѣлается однообразнымъ только при *конечномъ движеніи*.

Перемѣнное движеніе замедляется, если линія удара идетъ подъ горизонтальною плоскостью проведенною черезъ

центръ удара. Если линія удара лежитъ на этой плоскости, шаръ тотчасъ переходитъ въ конечное движеніе. Если же она выше этой плоскости, то переменное движеніе будетъ ускорено. Но это почти не случается въ обыкновенной игрѣ, потому что для этого надобно бы ударить въ точку слишкомъ близкую къ той, за которую начинается уже киксъ.

Чтобы произвести самое быстрое обращеніе шара вокругъ вертикальной оси, должно ударить его на разстояніи полрадіуса отъ центра; а чтобы получить возможно бѣльшую скорость при конечномъ движеніи, или и въ то время, когда шаръ еще скользитъ, надо ударить его на $\frac{1}{6}$ радиуса выше центра.

Если линія удара лежитъ на горизонтальной плоскости, проходящей черезъ центръ шара, шаръ начнетъ скользить съ самаго начала своего движенія, и никогда не вернется около оси обратно. Если

линія удара идетъ выше этой плоскости, вращательное движеніе шара всегда бываетъ прямое, впередъ, и шаръ никогда не скользитъ.

Перемѣнное движеніе вашего шара послѣ удара о другой шаръ или о бортъ зависитъ всего болѣе отъ вращательнаго движенія его во время удара. Смотри по тому, скользитъ ли шаръ, вращается ли прямо или обратно, или находится въ конечномъ движеніи, послѣдствія очень различны. Важно слѣдовательно узнать на какой точкѣ своего прямолинейнаго движенія шаръ скользитъ, потому что до этой точки онъ вращается *обратно* а за ней *прямо*. Должно также узнать и точку, съ которой начинается конечное движеніе. Точка, на которой шаръ *скользитъ*, есть та самая, въ которой онъ теряетъ способность откатываться назадъ, ударивши другой шаръ; и шаръ вашъ всего долѣе сохраняетъ способность отка-

тываться, ударивши другой не очень ко-со, если вы ударите его на четверть радиуса ниже центра.

Если ваша цѣль не отдалить на возможно далекое разстояніе эту точку, гдѣ шаръ теряетъ способность откатываться, но усилить до возможной степени эту способность вблизи, ударьте шаръ какъ можно ниже, не дѣлая кикса. Однако же есть граница этой низменности удара. Конецъ кія, ударивши въ шаръ, не долженъ касаться его и производить треніе; иначе это треніе тотчасъ же уничтожитъ обратное круговращеніе. Кій долженъ быть отодвинутъ назадъ въ тоже мгновеніе, и съ этимъ условіемъ шаръ обыкновенно нельзя ударить ниже $\frac{6}{10}$ радиуса отъ центра.

Впрочемъ, кіемъ полегче (въ $2\frac{1}{2}$ раза тяжеле шара), при свободномъ положеніи его въ кисти, можно спуститься даже до $\frac{7}{10}$ радиуса отъ центра, но это уже

крайняя точка. Если кий тяжеле, не такъ упругъ, или, что все равно, если игрокъ держитъ его въ рукѣ твердо и отводитъ назадъ не довольно быстро, обратное круговращеніе будетъ уничтожено и при ударѣ въ высшія точки.

Шаръ пройдетъ наибольшее разстояніе до той точки, гдѣ переходитъ въ конечное движеніе, если ударить его ниже центра на $\frac{1}{10}$ радіуса.

3) о наклонномъ ударѣ кія.

Если держать кий въ наклонномъ положеніи, по ударить шаръ такъ, чтобы вертикальная плоскость удара проходила черезъ центръ, шаръ всегда пойдетъ по прямой линіи, съ взложенными уже обстоятельствами. Только ударъ шара въ сукно замедляетъ въ этомъ случаѣ скорость его движенія, и увеличиваетъ прямое или уменьшаетъ обратное круговращеніе. Чтобы кий не продолжалъ касать-

ся шара послѣ удара , линія удара должна быть въ этомъ случаѣ удалена отъ центра меньше, нежели при горизонтальномъ ударѣ.

Если линія удара наклонна, но вертикальная плоскость его не проходитъ чрезъ центръ, то шаръ, съ переменнымъ движеніемъ, опишетъ сперва часть параболы, и, перешедши потомъ въ конечное движеніе, пойдетъ по направленію касательной линіи этой параболы.

Направленіе этой послѣдней линіи несколько не зависитъ отъ величины тренія между сукномъ и шаромъ. Отыскивается же она вотъ какимъ способомъ: № 1 и № 2 (фиг. 12) изображаютъ одинъ и тотъ же шаръ: № 1 если смотрѣть на него съ боку, а № 2 сверху. Линіи АВ и А'В' означаютъ направленіе одного и того же удара, вертикальная плоскость котораго не проходитъ сквозь центръ шара. Если продолжить эту ли-

нію мысленно до того мѣста, гдѣ она упирается въ сукно, — до точки В на чертежѣ № 1, или до точки В' на чертежѣ № 2, и соединить эту точку съ точкою опоры С посредствомъ прямой линіи, то эта линія, СВ'D, будетъ параллельна съ линією конечнаго движенія шара, а величина кривой линіи СL будетъ зависѣть отъ величины тренія между сукномъ и шаромъ, такъ же какъ и отъ силы удара.

И такъ, если шаръ ударить не горизонтально, и не такъ, чтобы вертикальная плоскость удара проходила сквозь центръ, шаръ опишетъ кривую линію, отклоняясь отъ направленія удара въ ту сторону, съ которой его ударили; конечное же движеніе его будетъ параллельно линіи, проведенной отъ точки опоры къ точкѣ, гдѣ линія удара упирается въ сукно.

4. ОДВИЖЕНІИ ШАРА ПОСЛѢ ПЕРВАГО ИЛИ ВТОРАГО УДАРА О ДРУГОЙ ШАРЪ.

Трение между двумя шарами во время ихъ встрѣчи очень незначительно; оно сообщаетъ только около $\frac{3}{100}$ количества движенія, раждающагося при ударѣ. Это трение только тогда можетъ оказать чувствительное вліяніе на конечное направленіе шара игрока, когда ударъ шара о шаръ былъ прямой или почти прямой, и если кій ударилъ въ бокъ, т. е. если вертикальная плоскость удара не прошла черезъ центръ. Что касается до другаго шара, то трение во время толчка никогда не оказываетъ чувствительнаго вліянія на его движеніе. По этому мы будемъ разсматривать движенія шаровъ, не принимая въ соображеніе тренія при толчкѣ.

Вотъ какъ находится лиція конечнаго движенія вашего шара послѣ встрѣчи съ другимъ шаромъ. Положимъ, что шаръ

вашъ бѣжитъ съ обратнымъ круговраще-
ніемъ. Линія AD (фиг. 13) изображаетъ
быстроту перемѣщенія центра, линія AF
быстроту круговращенія верхней точки
шара, а линія AN скорость нижняго
центра удара. Линія AB означаетъ на-
правленіе и скорость движенія центра
послѣ встрѣчи съ другимъ шаромъ, если
бы вашъ шаръ не имѣлъ вращательнаго
движенія, т. е. эта линія составляетъ
прямой уголъ съ линією, проведенною
сквозь центры обоихъ шаровъ и точку
ихъ соприкосновенія. Получивши эти ли-
ніи, проведемъ чрезъ точки ABD кругъ.
Линія NB всегда будетъ параллельна ко-
нечному движенію вашего шара, кото-
рый, описавши дугу AL, пойдетъ подъ
конецъ по прямой линіи LV. А точка T,
на половинѣ дуги ATB, означаетъ точку,
въ которую ударилъ вашъ шаръ, — при-
нимая кругъ ABD за горизонтальный раз-
рѣзъ другаго шара.

Изъ этого можно сдѣлать слѣдующіе выводы :

1) Чѣмъ сильнѣе *обратное* вращательное движеніе, при той же быстротѣ поступательнаго, тѣмъ больше выйдетъ разстояніе между точками А и Н, тѣмъ острѣе будетъ уголъ АНВ, и тѣмъ больше слѣдовательно уклонится линія LV отъ линіи АВ, т. е. тѣмъ ближе шаръ вашъ отойдетъ къ вамъ.

2) Чѣмъ быстрѣе поступательное движеніе, при той же силѣ обратнаго вращательнаго, тѣмъ больше будетъ разстояніе AD, а слѣдовательно и АВ. Тогда линія НВ образуетъ съ линіею АН менѣе острый уголъ, и слѣдовательно линія LV будетъ меньше уклонена отъ линіи АВ, т. е. шаръ вашъ отойдетъ отъ васъ больше въ сторону.

3) Чѣмъ ближе будетъ точка Т къ точкѣ А, т. е. чѣмъ примѣе будетъ ударъ одного шара о другой, тѣмъ короче сдѣ-

лается линія АВ, и слѣдовательно тѣмъ острѣе выйдетъ уголъ АНВ, тѣмъ ближе отойдетъ шаръ вашъ къ вамъ.

Если же вращательное движеніе шара будетъ *прямое*, то точка Н будетъ лежать по сю сторону шара, какъ на фиг. 14, и тогда оказывается, что

4) Чѣмъ сильнѣе *прямое* вращательное движеніе шара, тѣмъ больше растояніе точки Н отъ точки А, тѣмъ острѣе уголъ АНВ, и тѣмъ далѣе уклоняется линія конечнаго движенія шара LV, отъ линіи АВ, т. е. тѣмъ прямѣе поидетъ вашъ шаръ послѣ удара дальше.

5) Чѣмъ быстрѣе поступательное движеніе центра, тѣмъ больше линія AD, а слѣдовательно и АВ, тѣмъ тупѣе уголъ АНВ, и тѣмъ меньше уклоняется линія LV отъ АВ.

6) Чѣмъ ближе точка Т къ точкѣ А, т. е. чѣмъ прямѣе ударъ, тѣмъ ближе линія LV къ линіи AD, т. е. тѣмъ пря-

мѣе пойдетъ вамъ шаръ послѣ удара дальше.

Если шаръ вашъ толкнулъ другаго во время своего конечнаго движенія (фиг. 14), то скорость движенія центра, AD, равняется скорости круговращенія верхней точки, AF, и они совершаются въ одну сторону; а нижній центръ удара движется наоборотъ, отъ А къ Н. Линія НВ будетъ параллельна съ LV, линіею конечнаго движенія вашего шара, и, будучи на этомъ рисункѣ касательною къ кругу ABD, показываетъ возможно далекое отклоненіе вашего шара отъ первоначальной линіи его движенія AD, послѣ толчка во время конечнаго движенія, именно $33^{\circ} 44'$. Вы заставите вашъ шаръ уклониться на это разстояніе, направивши центръ его почти въ самый край другаго шара, чтобы онъ ударилъ въ точку на $27^{\circ} 6'$ отъ точки А.

Положимъ, что вашъ шаръ (фиг. 15),

двигался по направленію AD (AD означаетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и скорость перемѣщенія центра), и имѣя *прямое* вращательное движеніе, при чемъ быстрота круговращенія верхней точки $= AF$, а быстрота нижняго центра удара $= AN$, толкнулъ другой шаръ въ такой точкѣ, которая соотвѣтствуетъ точкѣ T , если кругъ ATD принять за горизонтальный разрѣзъ этого шара, и, послѣ того, толкнулъ въ очень близкомъ разстояніи другой шаръ въ точку, отстоящую отъ линіи прямого удара на разстояніе дуги AT' на кругѣ $AT'V$; линія NB всегда изобразитъ конечное направленіе вашего шара — LV . Явленіе здѣсь совершенно тоже, что и въ предидущихъ примѣрахъ, потому что отношеніе между силами AV' , AF и AN не успѣло еще измѣниться во время краткаго перехода отъ одного шара къ другому.

Если взять половину линіи AD (фиг.

16), обозначающей скорость перемѣщенія центра, за поперечникъ круга ARC , и прокатить по окружности этого круга другой, такой же величины, $B'B$, то точка, которой этотъ второй кругъ касался перваго при началѣ своего движенія, опишетъ, при дальнѣйшемъ движеніи его, эпициклонду $AB'DB''$, а касательныя линіи HB' и HB'' , проведенныя къ этой эпициклондѣ изъ точки H (AH , какъ уже извѣстно, означаетъ движеніе нижняго центра удара), покажутъ для даднаго содержанія скоростей AD и AH возможно дальнѣйшее отклоненіе вашего шара послѣ втораго удара, предполагая разстояніе шаровъ очень близкимъ. При конечномъ движеніи шара игрока, т. е. когда вращательная скорость верхней точки равна скорости перемѣщенія центра AD , это отклоненіе не превосходитъ $51^{\circ}34'$.

Если разстояніе между вашимъ шаромъ и тѣмъ, въ который онъ ударился

послѣ удара о первый шаръ, такъ велико, что отношеніе вращальнаго движенія къ поступательному успѣло во время перехода измѣниться, то конечное направленіе его послѣ втораго удара отыскивается слѣдующимъ образомъ. Положимъ, что шаръ вашъ, послѣ перваго удара, имѣлъ поступательное движеніе центра АВ (фиг. 17), движеніе нижняго центра удара АН, и вращательное верхней точки АФ. Но отношеніе этихъ движеній измѣнилось во время перехода ко второму шару такъ, что въ минуту соприкосновенія съ нимъ сила АВ измѣнилась въ АВ', АН въ АН', и АФ въ АФ'. Тогда, очертивши кругъ на поперечникѣ АВ', возьмемъ на немъ точку Т, удаленную отъ точки А на столько градусовъ, на сколько точка соприкосновенія со вторымъ шаромъ удалена отъ точки прямаго удара; АВ'', хорда дуги АТВ'', вдвое большей противъ дуги АТ, будетъ озна-

чать направленіе , по которому пошелъ бы вашъ шаръ отъ втораго толчка , если бы не имѣлъ вращательнаго движенія , а линія $H'B''$ укажетъ коначномъ направле- ніе его при вращательномъ движеніи, послѣ удара о второй шаръ. Шаръ вашъ, описавши сначала дугу AL , пойдетъ по направленію LV .

Въ поясненіе сказаннаго прибавляемъ здѣсь чертежи 18, 19 и 20, изображаю- щіе слѣдствія столкновенія вашего шара со вторымъ шаромъ въ то время, когда онъ описываетъ еще дугу, отразившись отъ перваго. Въ этихъ чертежахъ при- нято, что кій ударилъ горизонтально ни- же центра, что шары стояли близко, и что ударъ въ первый шаръ пришелся въ четверть прямаго угла по правую сто- рону, такъ, что отскочивши отъ перваго шара, вашъ шаръ описываетъ кривую ли- нію $HN'H'''$ на черт. 20 — Въ черт. 18 предполагается, что вашъ шаръ встрѣ-

тился съ другимъ , находясь во время кривого пути своего въ точкѣ Н'; въ чертежѣ 19 — въ точкѣ Н'', а въ чертежѣ 20 въ точкѣ Н''', т. е. въ мнунту пере-
 хожденія въ конечное движеніе. Линіи подѣ № № 1, 2, 3, 1', 2', 3', 0, 4, на всѣхъ трехъ чертежахъ , изображаютъ направленія , по которымъ отойдетъ вашъ шаръ отъ втораго шара , смотря по углу , подѣ которымъ онъ его толкнулъ , какъ видно на черт. 21. Линія подѣ 0 всѣ прямья , и предполагаютъ прямой ударъ въ шара 0 на черт. 21. Линія подѣ № № 4 суть продолженія той же кривой линіи , которую шаръ вашъ описывалъ до толчка ; тутъ предполагается , что шаръ рѣзнулъ шара подѣ прямымъ угломъ , какъ видно на № № 4 въ черт. 21. Прочіе номера линіи соответствуютъ номерамъ шаровъ на черт. 21 , гдѣ № № 1 показываетъ ударъ на четверть прямого угла отъ прямого удара , № № 2 на половину , и № №

3 на три четверти. № № 1', 2', 3' тоже самое по другую сторону.

Хотя трение между шарами почти нечувствительно, есть однакоже случаи, гдѣ надо обращать на него вниманіе, именно когда ударъ почти прямой и когда шаръ игрока ударяетъ очень незадолго до перехода въ скользящее состояніе, или вскорѣ послѣ того, т. е. когда скорость вращательнаго движенія почти ничтожна и когда шаръ теряетъ слѣдовательно отъ толчка почти всю свою поступательную силу.

Не входя въ подробности, скажемъ вообще, что какого бы рода ни было вращательное движеніе, трение между шарами всегда уменьшаетъ вліяніе его на конечное движеніе шара. Слѣдовательно, если вращательное движеніе *прямое*, то шаръ вашъ отойдетъ отъ другаго подь *большимъ* угломъ, нежели отошелъ бы

безъ тренія, а если оно *обратное*, то поль *меньшимъ*.

5) ДВИЖЕНІЯ ШАРА ПОСЛѢ ПЕРВАГО И
ВТОРАГО УДАРА О БОРТЪ.

Предположимъ, что шаръ получилъ горизонтальный ударъ кіемъ. Пусть ХУ (фиг. 22) будетъ линія, проведенная черезъ центръ шара параллельно съ бортомъ; АД направленіе и скорость движенія центра; АН скорость движенія нижняго центра удара; АГ скорость круго-вращенія верхней точки.

Вотъ какъ находится конечное направле-ніе шара послѣ удара о бортъ: проведемъ изъ точки D линію DOB, перпендикулярную къ АУ; OB равно силѣ отраженія, сообщаемой бортомъ шару въ замѣвъ утраченной имъ силы OD, пмешно $0,55 OD$ (*). Направленіе центра шара

(*) Это количество есть выводъ изъ наблюденій надъ силою отраженія очень многихъ бортовъ.

шло бы послѣ толчка о борть отъ А къ В, безъ вращательнаго движенія; но при вращательномъ движеніи конечное направленіе шара должно быть, какъ намъ уже извѣстно, параллельно линіи, проведенной отъ Н къ В; треніе о борть измѣняетъ однакоже это направленіе. Величина этого тренія, какъ доказали многочисленныя опыты, равняется $\frac{1}{6}$ DV, и вотъ какъ находится измѣненіе, производимое въ конечномъ направленіи шара его вліяніемъ: возьмемъ $\frac{1}{6}$ DV, равную силѣ тренія, и отодвинемъ на это разстояніе точку В къ В''. Направленіе же линіи ВВ'' опредѣляется вотъ какъ: опустимъ изъ точки F перпендикуляръ FK на линію DO; потомъ возьмемъ на линіи AY величину AC, равную скорости горизонтальнаго движенія точекъ на горизонтальномъ экваторѣ шара. Эта величина AC должна быть отмѣрена въ ту сторону отъ А, въ которую шаръ получилъ ударъ

отъ кія, т. е., на этомъ чертежѣ, въ сторону къ Y , если кіи ударилъ въ правый бокъ шара, или въ сторону къ X , если онъ ударилъ въ лѣвый бокъ. Линія KC будетъ параллельна тому направленію, по которому должно перенести B въ B'' . Наконецъ, соединивши H съ B'' , вы получите линію, параллельную окончательному направленію шара послѣ удара о бортъ, именно направленію LV .

Если вы хотите опредѣлить слѣдствія удара о второй бортъ, то должны обратить вниманіе на величину горизонтальнаго круговращенія точекъ на горизонтальномъ экваторѣ послѣ удара о первый бортъ. Треніе при этомъ ударѣ увеличитъ или уменьшитъ его на величину BB' (BB' параллельно съ бортомъ, а $B'B''$ перпендикулярно къ нему), т. е. точку C надо перенести на разстояніе BB' , по направленію отъ B' къ B , и тогда вмѣстѣ AC получится AC' . На черт. 22 треніе

увеличило горизонтальное круговраще-
 ніе, а на черт. 23, гдѣ предполагается,
 что кій ударилъ въ лѣвый бокъ шара, и
 слѣдовательно АС надо было взять въ
 сторону X, а не къ Y, точка С, перене-
 сенная на разстояніе В'В, по направле-
 нію отъ В' къ В, уменьшила величину
 АС въ АС', слѣдовательно на столько же
 уменьшилось и горизонтальное круговра-
 щеніе.

Если ударъ о бортъ приходится во вре-
 мя конечнаго движенія шара, то точка К
 сливается съ точкою D, и АН дѣлается
 равнымъ $\frac{2}{3}$ AD. Такъ напр., если бы
 ударъ, изображенный на черт. 22, при-
 шелся во время конечнаго движенія ша-
 ра, то круговращеніе верхней точки АF
 было бы равно поступательному движе-
 нію центра AD; точка F, а слѣдователь-
 но и точка К слились бы съ точкою D, а
 разстояніе АН, составляющее теперь $\frac{2}{3}$
 АF, увеличилось бы соразмѣрно увеличе-

вію AF , и сдѣлалось бы равнымъ $\frac{2}{3} AD$; линія NB'' сдѣлалась бы параллельнѣе къ борду, и шаръ отошелъ бы къ нему ближе.

Если же ударъ о бортъ пришелся во время конечнаго движенія шара, и вмѣстѣ съ тѣмъ вертикальная плоскость удара кіемъ проходила сквозь центръ шара, въ какомъ случаѣ вовсе не будетъ горизонтальнаго круговращенія, т. е. AC будетъ равно нулю, тогда точка C совпадаетъ съ точкою A , и линія KC будетъ та же, что и линія DA . Это измѣненіе перемѣняетъ только направленіе, но не величину линіи VB'' .

Если ударъ о бортъ придется во время обратнаго круговращенія шара, тогда точка H (черт. 24) будетъ лежать за бильярдомъ, а точка F на бильярдѣ, что очевидно мѣняетъ линію NB'' перпендикулярнѣе къ борту. Точка K найдется по тому же правилу, какъ и прежде, опу-

стивши изъ F перпендикуляръ FK на продолженную DB .

Если шаръ ударилъ въ бортъ вскорѣ послѣ удара о другой шаръ, такъ что не успѣлъ еще перейти въ конечное движеніе (фиг. 25), то силы AD , AF и AN образуютъ между собою уголъ во время удара. Тогда для отысканія конечнаго направленія шара должно поступить по тѣмъ же правиламъ: опустить перпендикуляръ FK и т. д.

На этомъ рисункѣ линія конечнаго движенія довольно близко прилегаетъ къ борту. Очевидно, что чѣмъ сильнѣе будетъ вращательное движеніе шара, тѣмъ больше будутъ линіи AF и AN , тѣмъ параллельнѣе съ бортомъ выйдетъ линія NB'' , такъ что даже, если бы здѣсь, напр. AN было втрое больше, то точка II отстояла бы отъ борта гораздо дальше точки B'' , и слѣдовательно линія NB'' упиралась бы наконецъ въ бортъ. Тогда и

параллельная съ нею линия LV пересѣкала бы бортъ, такъ что точка L лежала бы на бильярдѣ, а точка V за бильярдомъ, и шаръ, отскочивши отъ борта, описалъ бы дугу AL и снова ударился бы въ тотъ же бортъ. Слѣдуетъ только замѣтить, что такъ какъ съ увеличеніемъ $АН$, увеличивается и $АF$, то увеличивается и $КО$, а линия $КС$ дѣлается отложе. По этому, для того, чтобы шаръ вторично ударился о бортъ, описавши дугу, должно увеличиться не только $АН$, но и $АС$, дабы $ВВ''$, отнесенное по направленію $КС$, не уклонилось слишкомъ отъ борта, что уменьшаетъ наклоненіе линіи $НВ''$ къ бильярду. Тутъ предполагается слѣдовательно, что кій ударилъ довольно высоко падъ центромъ, и притомъ въ лѣвую сторону шара.

Заключаемъ нашу теорію замѣчаніемъ, не бесполезнымъ для непривыкшаго къ геометрическимъ соображеніямъ. Да не

устрашить его кажущаяся трудность при-
мѣненія изложенныхъ законовъ къ прак-
тикѣ. Труденъ только первый шагъ; за
то онъ ведетъ къ вѣрной, сознательной
игрѣ. Навыкъ расчета пріобрѣтается лег-
ко, легче механической ловкости руки и
вѣрности глазомѣра. Понявшему законы
движенія шаровъ на бильярдѣ остается
только не дѣлать ни одного удара, не
разсчитывая напередъ всѣхъ его послѣд-
ствій, — и онъ дойдетъ до той степени
совершенства въ игрѣ, до которой давно
ему дойти отъ природы.

К О Н Е Ц Ъ .

