

# Строгость бильярдного стола для Русского Бильярда

## Часть 1

Декабрь, 2013

Кто первым «озвучил» соображения о строгости бильярдного стола? Видимо, это был теоретик Русского бильярда А.И.Леман, написавший книгу «Теория бильярдной игры». Ее первое издание вышло в свет в 1885 году, и к этому моменту за рубежом уже было напечатано немало книг, посвященных бильярдной тематике. Тем не менее, вопрос о строгости луз и стола не поднимался (во всяком случае, в тех первоисточниках, с которыми мне удалось ознакомиться). Это и не удивительно, ведь размеры лузных створов у столов для игры в Пул, Английский бильярд и Снукер чувствительно превышают диаметры используемых шаров (в Русском же бильярде эти параметры не просто сравнимы друг с другом, а почти совпадают). И только в самое последнее время иностранные теоретики бильярда начали придавать значение исследованиям строгости луз и стола. Так, Дэвид Элсиэтор (также известный как Доктор Дэйв) лишь в ноябре 2013 года опубликовал в статье [Billiard University \(BU\) – Part IV: Table Difficulty](#), размещенной на сайте *Billiards and Pool Principles, Techniques, Resources*, некоторые результаты расчетов параметров строгости столов.

В своей книге А.И.Леман отмечает, что строгие столы в России появились далеко не сразу. Поначалу популярностью пользовались игры, в которых, помимо забивания шаров в лузы, успешным атакующим действием считался карамболь – последовательное соприкосновение битка с двумя прицельными шарами. И лишь после того, как большинство игроков стало отдавать предпочтение таким столам, на которых шар попадал в лузную сетку «только при очень верном ударе», повсеместно распространились столы, у которых ширина створов луз едва превышала диаметр шаров. Большинство любителей бильярда и до сих пор считают, что строгость стола определяется лишь отношением диаметра шара к раствору лузы. Однако, уже Леман не вполне разделял такую позицию. Он говорил: «Ведь всякий бильярд на первый взгляд нетрудно сделать строгим: стоит лишь взять шары, которые едва бы входили в лузы. Правда, но это будет относительная строгость. Истинная строгость заключается в соблюдении математической пропорциональности между размерами бильярда, величиною луз и диаметром шаров ...». И сразу же после этого Леман разъясняет свое видение – для чего необходима указанная пропорциональность: «При этом должно иметь в виду следующий важнейший закон всех русских партий: **требуется, чтобы всякий шар в любую лузу падал при сильном ударе, по борту в среднюю лузу играть было бы невозможно**». (Примечание: здесь и далее текст выделен так, как и в первоисточнике). Не буду здесь подвергать критике последнюю из приведенных фраз Лемана, а продолжу описание его позиции, которую он формулирует, последовательно рассматривая составляющие истинной, на его взгляд, строгости – размеры стола, лузных створов и используемых для игры шаров. По поводу размера стола Леман говорил: «Хороший бильярд должен быть прежде всего **велик**. Это основное его достоинство имеет такое важное значение, что как бы маленький бильярд ни был точен, изящен и строг, иной отличный игрок играть на нем не станет. И это справедливо. На маленьком бильярде другой удар, другой расчет. (Примечание: Леман полагал, что длина игрового поля большого бильярда составляет 5 аршин, а малыми бильярдами называл такие столы, у

которых длина заключена в пределах от 4 до 4,5 аршин. Если провести пересчет, то станет понятно, что под большими бильярдами Леман понимал столы, близкие по размерам к современным 12-футовым столам, а под малыми – столы, близкие к современным 10-футовым.). Игрок, превосходно играющий на большом бильярде, играя на маленьком так же уверенно и свободно, часто подставляет шара и с раздражением видит, как партию выигрывает заведомо слабейший игрок. А это легко понять, ибо что на большом бильярде отыгрыш, то на малом подставка. Одним словом, здесь наиболее очевиден основной закон бильярдной игры: **чем фальшивее, легче и меньше бильярд, тем силы хорошего и дурного игрока более уравновешены**. Вот почему первоклассный игрок никогда не станет играть на скверном бильярде». Диаметр шаров для игры в Русский бильярд Леман предлагал выбирать в пределах от 67 до 72 миллиметров. Приведу цитату: «Величина шаров имеет решающий характер на изящество или грубость бильярдной игры. Следует помнить, что шары слишком малого диаметра, меньше 67 мм, неприличны для хорошего игрока. Игра этими шарами слишком ничтожна, она не возбуждает, не доставляет удовольствия. Игра слишком крупными шарами, более 72 мм, тяжела. Это уже кегельбан, а не бильярд. Чем больше диаметр шара, тем труднее все штрихи. На французском бильярде с малыми шарами и легкими киями все штрихи чрезвычайно легки. Чем меньше в игре штрихов, тем игра грубее». (Примечание: *штрихом Леман называет разновидность какого-либо удара кием по шару – клапштос, накат, оттяжку и пр.*). Размеры используемых шаров и лузных створов в Русском бильярде довольно тесно связаны между собой. Леман определил, что **«диаметр ... шара должен быть** немногим меньше диаметра самой лузы. Это и есть необходимая существенная поправка для подбора шаров к лузам». Помимо этого, он говорил: «Но так же важно, чтобы **величина лузы** соответствовала бы **величине бильярда**». Сказанное не следует трактовать так, что Леман ратовал за «зажатость» или, иными словами, за чрезмерную строгость Русского бильярда. Напротив, он прекрасно понимал, что обратной стороной излишней строгости является ограниченность технических и тактических приемов, которые можно будет использовать в игре. Это подтверждается следующими словами из книги: «Бильярды ... часто так строги, что партию хорошие игроки играют около часу. Значит, на этих бильярдах уничтожены все разнообразные элементы игры и все принесено в жертву только одной точности прицела. Эту игру следует назвать грубой. Такой бильярд по своей односторонности приближается к кегельбану». С другой стороны, Леман не приветствовал и всяческие усовершенствования, направленные на неоправданное уменьшение строгости столов. Например, он писал: «Чувствуя недостатки своих бильярдных столов, фабриканты стали делать устья угловых луз чрезмерно широкими, а среднюю лузу очень узкою; более твердые борты, которые позволяли бы развить силу удара. Но это мало помогло». Немного странной, однако, представляется позиция Лемана, которую он высказал по поводу одного из усовершенствований: «Затем, Фрейберг начал несколько увеличивать ширину бильярда относительно его длины. Тогда действительно лузы сделались **открытее** и игра удобнее». Странность, на мой взгляд, заключается в том, что если автор приветствует и хвалит подобные изменения, то нужно было бы из начала главы изъять строки (или перефразировать их): «Плоскость бильярда состоит из **двух квадратов**, сложенных вместе. Эта древняя форма очертания бильярда основана на глубоком изучении бильярдной игры». И все же, суммируя сказанное, можно утверждать, что Леман выступал за разумную и достаточно жесткую согласованность размеров луз, шаров и игровой поверхности бильярдного стола. Чтобы в рамках таких довольно строгих ограничений добиваться «правильного поведения» луз, он предлагал искать выход в грамотной вырезке лузных створов: «На точном бильярде вся чистота и прелесть

игры зависит от разумной вырезки луз ...». Следуя сформулированному им же принципу «следует вырезать лузы **строго пропорционально** размерам бильярда», Леман предложил конкретный способ вырезки угловой лузы с уменьшенной глубиной коридора створа. Отсюда и из нескольких выше приведенных цитат можно заключить, что Леман не проводил разграничения между понятиями «строгость» лузы и ее «приемистость», а вкладывал их в единое целое.

Недавно на сетевом форуме сайта ЕКП *Billiard-Online* я просматривал тему «О резине бортов и луз», сообщения в которой датированы периодом времени от конца января по начало апреля 2010 года. Оказалось, что в заглавном сообщении («О столе для русского бильярда») компактно представлен ряд соображений В.Архипова, некоторые из которых оказались мне близки по духу, по пониманию аспектов бильярдной игры. Я отметил определенную системность подхода, что не могло не понравиться – ведь именно так в свое время меня учили мыслить (а хорошо ли научили или нет, это – другой вопрос). В частности, я выделил соображение о возможности и целесообразности получения численной оценки локальной строгости конкретной лузы на столе с известными размерами для конкретного шара, располагающегося в точке игровой поверхности с заданными координатами. Помимо этого, вполне логичным показалось и вытекающее отсюда предложение оценивать строгость всего стола с помощью усреднения суммы локальных оценок, вычисляемых для всех (в пределах) возможных точек местоположения шара. Однако, в отличие от меня, не все посетители форума позитивно восприняли соображения В.Архипова. Как это часто бывает, развернулась дискуссия, в которой помимо разных аргументов красной нитью прошел довод «сам – дурак». Спорящие призывали друг друга провести численные расчеты и грозились представить их результаты на общий суд. Но, к сожалению, все так и закончилось одной болтовней. Поэтому я решил все сделать самостоятельно.

В дополнение к «пропетым» в адрес В.Архипова дифирамбам, выражу и немного негатива:

1. Цитата: «Мысль Лемана о математической пропорциональности размеров стола, луз и шаров можно пояснить следующим образом». Думается, что не следует что-то приписывать Леману, по-своему пояснять то, о чем он не сказал. Леман недвусмысленно объяснил, что он понимает под указанной пропорциональностью (см. выше), и его трактовка далека от локальных и интегральных оценок строгости стола.

2. Цитата: «Истинная строгость стола это интегральный (обобщающий) геометрический параметр, однозначно определяемый размерами шаров, луз и сторон игрового поля бильярда. По этому параметру можно объективно сравнить столы разных размеров между собой, а также сравнить столы для пула, снукера и РБ». (*Примечание: выделение подчеркиванием – мое*).

По поводу однозначности: я так понимаю, речь идет о строгой определенности понятия, заключающейся в том, что оно имеет одно единственное точное определение. На самом же деле, однозначности в данном случае нет; например, ниже будет представлено несколько иное определение строгости, которое имеет право на существование, как и многие другие возможные определения.

Говоря об объективности сравнения в применении к обсуждаемой теме, следует полагать, что получаемые оценки характеристик объекта не зависят от субъекта. Но это же не так – хотя бы потому, что нет однозначности. Представляется, что именно об этом вел речь В.В.Генералов, говоря о строгости бильярда: «Строгость лузы, это, вообще ... из категории – красивая девочка или не очень».

Сравнить столы для Пула, Снукера и Русского бильярда по строгости конечно же можно, но только стоит ли это делать? Во-первых, о чем смогут сказать полученные при этом оценки? Только о том, что стол для Пула, допустим, в два раза менее строг, чем стол для Русского бильярда, а Снукерный стол – в полтора раза? Ну и что из того? Мы же, на самом деле, и так имеем об этом некоторое представление, пусть и основанное на ощущениях, то есть на экспертных, а не численных оценках. А во-вторых, столы для Пула и Снукера имеют лузы, геометрия которых существенно отличается от геометрии луз для РБ, имеющих довольно «острые» губки. Поэтому, скорее имеет смысл сравнивать приемистость столов, а не их строгость.

Говоря о строгости бильярдного стола, необходимо иметь четкое представление и о понятии приемистости. Приведу обширную цитату из заглавного сообщения В.Архипова: «Что же такое приемистость Русского Бильярда? Падение шара в лузу при точном ударе определяется не только соотношением диаметра шара к величине створа лузы. Даже если величина видимого створа лузы меньше диаметра шара, шар может упасть в лузу, отразившись от губы лузы, предварительно ее промяв. При этом упадет шар в лузу или нет, будет зависеть от свойств резины и геометрии губы лузы, состояния поверхностей шара и сукна борта, скоростей поступательного движения и вращения шара. Математически параметр приемистости лузы  $P$  можно описать отношением площади зоны стола, из которой возможно сыгрывание шара в лузу, к общей площади игровой поверхности стола. Приемистость всего стола вычисляется средним арифметическим приемистостей всех шести луз стола. Также как и Истинная Строгость стола, Приемистость стола это интегральный (обобщающий) параметр, но не чисто геометрический, а скорее физико-геометрический. Рассчитать его можно только на основе экспериментально-статистических данных, полученных на конкретном столе. По этому параметру также можно объективно сравнить столы разных размеров и изготовителей между собой, а также сравнить столы для пула, снукера и РБ». (Примечание: позволил себе внести минимальные орфографические правки). Выше отмечалось, что Леман не отделял строгость от приемистости. В.Архипов же четко проводит грань раздела. Вот как он предлагает находить оценку строгости стола: «Для определенного положения шара диаметром  $D$ , расположенного на средней линии лузы на расстоянии  $L$  от центра лузы с величиной створа  $H$ , можно ввести параметр строгости  $S$ , приравняв его к угловой погрешности удара, то есть  $\text{Arcsin} \left( \frac{H-D}{L} \right)$ . (достаточно точное приближение). Чтобы величина была безразмерной, привести ее к видимому углу створа лузы, то есть  $S = \text{Arcsin} \left( \frac{H-D}{L} \right) / \text{Arcsin} \left( \frac{H}{L} \right)$ . Если разбить стол на мелкие квадраты, вычислить значения Строгости  $S$  для них (с учетом уменьшения видимого створа лузы  $H$  при расположении шара не на средней линии лузы) и вычислить среднее арифметическое, то получим численный параметр строгости  $S$  конкретной лузы на конкретном столе. Просуммировав значения для шести луз и поделив на 6, получим параметр Истинной Строгости стола». Нетрудно заметить, что когда диаметр шара превышает видимую ширину створа, величина строгости будет принимать отрицательные значения. Кстати, этот факт просто взбесил Л.Бальцева – ну не воспринимает он отрицательных величин! Мне же это не показалось чем-то из ряда вон выходящим, но впоследствии я «ушел» от отрицательных значений – так все же удобнее. Гораздо важнее отрицательности величины  $S$  в формуле В.Архипова то, что в ряде случаев при  $(H - D) < 0$  шар все же может попасть в лузу, но параметр строгости при этом указывает на обратное. Вообще же, выше приведенная формула сразу показалась мне странноватой, и это (в дополнение к указанному выше) тоже способствовало самостоятельному проведению расчетов. В отличие от В.Архипова,

я посчитал правильным определять строгость лузы с учетом заданной величины проекции шара на лузный створ в момент контакта с дальней губкой, минимально необходимой для возможного попадания шара внутрь лузы (именно возможного, но не обязательного!). В этом смысле, такой подход частично сочетает в себе элементы понятий «строгости» лузы и ее «приемистости».

### Подход 1

Здесь и далее будем полагать, что при соприкосновении с ближней губкой лузы шар может попасть внутрь створа, если этот контакт произошел вскользь. Соприкосновение же с дальней губкой возможно и в виде «плотного» контакта; но при этом должно быть выполнено необходимое условие: ширина проекции шара, приходящейся в сторону створа, должна быть не менее радиуса шара.

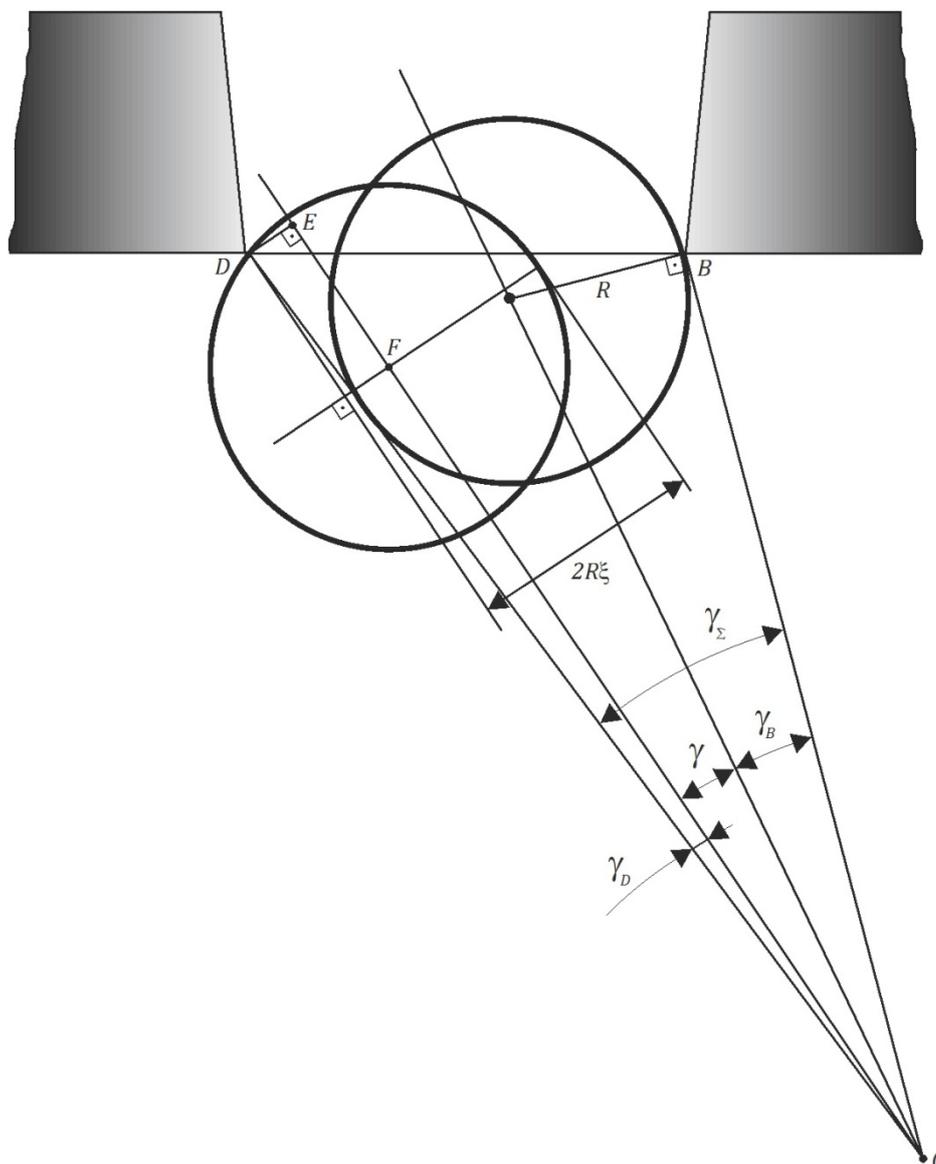


Рис.1. Попадание шара в лузу после соприкосновения с ближней губкой вскользь и после контакта с дальней губкой.

Обозначения, использованные на рис.1:  $B$  – ближняя (к начальному положению шара) губка лузы;  $D$  – дальняя губка лузы;  $O$  – начальное местоположение центра шара;  $R$  – радиус шара;  $BD = H$  – ширина створа лузы. Обозначим через  $\rho_B = OB$  расстояние от начального положения шара до ближней губки, а через  $\rho_D = OD$  –

расстояние от начального положения шара до дальней губки лузы. Пусть  $X_O, X_B, X_D, Y_O, Y_B, Y_D$  – координаты  $X$  и  $Y$  точек  $O, B$  и  $D$ . Начало прямоугольной системы координат можно расположить в любой точке поверхности стола; представляется, что весьма «удобным» месторасположением будет точка пересечения длинного и короткого бортов в створе одной из угловых луз.

Имея информацию о местоположениях шара и лузы, найдем величины  $\rho_B$  и  $\rho_D$ :

$$\rho_B = \sqrt{(X_O - X_B)^2 + (Y_O - Y_B)^2}, \quad (1)$$

$$\rho_D = \sqrt{(X_O - X_D)^2 + (Y_O - Y_D)^2}. \quad (2)$$

Определим угол  $\gamma_\Sigma$  между направлениями из точки  $O$  на губки лузы. Для этого, из треугольника  $OBD$  по теореме косинусов получим

$$H^2 = \rho_B^2 + \rho_D^2 - 2 \rho_B \rho_D \cos \gamma_\Sigma,$$

а отсюда

$$\gamma_\Sigma = \text{Arccos} \left( \frac{\rho_B^2 + \rho_D^2 - H^2}{2 \rho_B \rho_D} \right). \quad (3)$$

Из рис.1 видно, что

$$\gamma_\Sigma = \gamma + \gamma_B + \gamma_D, \quad (4)$$

$$\gamma_B = \text{Arctg} \left( \frac{R}{\rho_B} \right). \quad (5)$$

Обозначим через  $\xi$  отношение ширины проекции шара, приходящейся на лузный створ, к диаметру шара. Иными словами,  $\xi$  представляет собой долю диаметра шара, которая при его соприкосновении с дальней губкой находится со стороны створа лузы. Понятно, что для попадания шара внутрь лузы должно выполняться ограничение  $0.5 \leq \xi \leq 1$ . При соударении с дальней губкой в половину шара соблюдается условие  $\xi = 0.5$ , а случай  $\xi = 1$  соответствует соприкосновению шара с дальней губкой вскользь.

Найдем угол  $\gamma_D$ :

$$\sin \gamma_D = \frac{DE}{\rho_D} = \frac{2R\xi - R}{\rho_D}. \quad (6)$$

Окончательно, из (4) определим угол  $\gamma$ :

$$\gamma = \gamma_\Sigma - \gamma_B - \gamma_D, \quad (7)$$

где  $\gamma_\Sigma$  и  $\gamma_B$  можно найти с помощью (3) и (5), а  $\gamma_D$  вычислить, пользуясь соотношением (6). Угол  $\gamma$  косвенно характеризует строгость рассматриваемой лузы к конкретному начальному положению шара. Он определяет ту зону игровой поверхности, внутри которой должна располагаться траектория шара, чтобы он имел возможность попасть в лузу. Чем больше угол  $\gamma$ , тем шире указанная зона. Можно трактовать угол  $\gamma$  и как параметр, определяющий угловые ошибки в движении шара, допустимые для того, чтобы шар все-таки имел возможность проникнуть внутрь лузного створа.

Введем нормированный показатель строгости лузы, который можно называть ее локальной строгостью:

$$S_\gamma = 1 - \frac{\gamma}{\gamma_\Sigma} . \quad (8)$$

При  $\gamma = 0$  локальная строгость лузы принимает значение  $S_\gamma = 1$  (или 100%, если выразить в процентах). Это означает, что при этом будет выполнено необходимое условие по заданной доле диаметра шара, приходящейся в сторону створа лузы при соприкосновении с дальней губкой, но локальная строгость при этом будет максимальной – шар пройдет лузный створ, вскользь задевая ближнюю губку. Отношение  $\gamma/\gamma_\Sigma$  в правой части (8) показывает – какая относительная «свобода» в прохождении створа лузы имеется по сравнению с максимальной строгостью  $S_\gamma = 1$ . По сути, соотношение (8) предоставляет возможность вычисления строгости лузы так, как предложил В.Архипов – с помощью отношения углового размера зоны возможных положений шара при прохождении створа к видимому угловому размеру лузы.

Чтобы вычислить величину строгости лузы по отношению ко всей игровой поверхности (иными словами – величину интегральной строгости), необходимо «перебрать» все возможные точки игрового поля, вычислить для каждой из них локальные показатели строгости (согласно (8)), просуммировать полученные результаты и усреднить. Представляется, что здесь (и в подходах, которые будут представлены ниже) из расчета нужно исключить те точки начального положения шара, из которых он ни при каких условиях не сможет напрямую попасть в рассматриваемую лузу. Речь идет о положениях шара вплотную к тому борту, на котором расположена средняя луза. При этом невозможность попадания шара внутрь створа будет обусловлена отнюдь не строгостью лузы – ведь сколь широкой бы она при этом ни была, шару в нее никак не проникнуть.

При подсчете величин  $S_\gamma$  необходимо учитывать два возможных особых случая.

а. После прохода створа лузы с касанием ближней губки вскользь доля диаметра шара, приходящаяся при соприкосновении с дальней губкой в сторону створа, меньше заданной величины  $2R\xi$ . Соответственно, при этом шар не может попасть внутрь лузы.

Условие невозможности попадания шара в лузу, согласно рис.2, можно представить в виде  $W < 2R\xi$ . Определим величину  $W$ . Для этого из треугольника  $DBO$  найдем угол  $DBO$  (с помощью теоремы косинусов):

$$\cos < DBO = \frac{\rho_B^2 + H^2 - \rho_D^2}{2 \rho_B H} .$$

Из треугольника  $TBO$  определим угол  $MBO$ :

$$\cos < MBO = \frac{R}{\rho_B} .$$

Так как  $W = MB = H \cos < DBM$  и  $< DBM = < DBO - < MBO$ , то

$$W = H \cos \left[ \arccos \frac{\rho_B^2 + H^2 - \rho_D^2}{2 \rho_B H} - \arccos \frac{R}{\rho_B} \right] . \quad (9)$$

Найдем соотношение, с помощью которого можно вычислять угол  $\delta_D$ , характеризующий отклонение величины  $W$  от заданного значения  $2R\xi$ . Из треугольника  $MDB$  определим  $MD$ , а из  $QDO' - DQ$ :

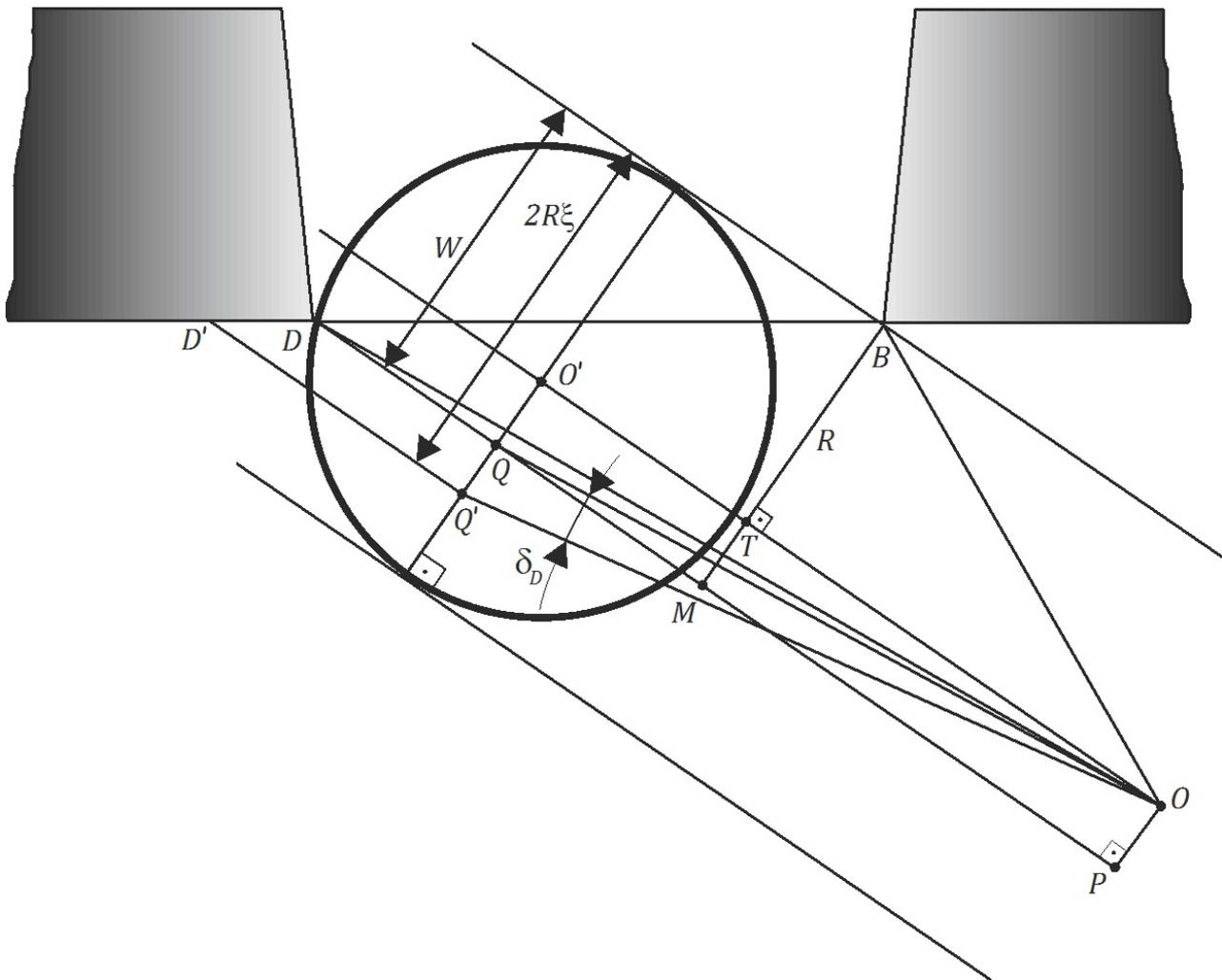


Рис.2. Попадание шара в дальнюю губу после соприкосновения с ближней губкой вскользь.  
Случай  $R < W < 2R\xi$ .

$$MD = \sqrt{H^2 - W^2}, \quad DQ = \sqrt{R^2 - (W - R)^2}.$$

Так как  $MQ = MD - DQ$ , то

$$MQ = \sqrt{H^2 - W^2} - \sqrt{R^2 - (W - R)^2}.$$

Из треугольника  $OTB$  следует, что

$$OT = \sqrt{\rho_B^2 - R^2},$$

а значит можно выразить расстояние  $OO'$  от начального положения  $O$  до положения центра шара  $O'$  в момент его соприкосновения с дальней губкой:

$$OO' = OT + TO' = OT + MQ = \sqrt{\rho_B^2 - R^2} + \sqrt{H^2 - W^2} - \sqrt{R^2 - (W - R)^2}.$$

С помощью треугольников  $OO'Q'$  и  $OO'Q$  окончательно получим ( $\delta_D = \angle Q'OO' - \angle QOO'$ ):

$$\delta_D = \text{Arctg} \left( \frac{2R\xi - R}{OO'} \right) - \text{Arctg} \left( \frac{W-R}{OO'} \right).$$

Строгость лузы для рассматриваемого случая вычисляется не по соотношению (8), а следующим образом:

$$S_\gamma = 1 + \frac{\delta_D}{\gamma_\Sigma}. \quad (10)$$

В (10), в отличие от (8), присутствует знак «+», а не «-». Это – следствие того, что угол  $\delta_D$  располагается по отношению к дальней губке  $D$  противоположно смещению  $W$ . В силу этого, в таких случаях строгость лузы принимает значения больше единицы.

Случай соударения шара с дальней губкой при  $R < W < 2R\xi$  изображен на рис.3. Если проделать выкладки, аналогичные представленным выше, то нетрудно убедиться в том, что все соотношения сохранят свой вид (при этом величину  $\text{Arctg} \left( \frac{W-R}{OO'} \right)$  нужно будет определять в пределах  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ ). Ничего в расчетах не изменится и при рассмотрении соударений шара с дальней губкой угловой, а не средней лузы.

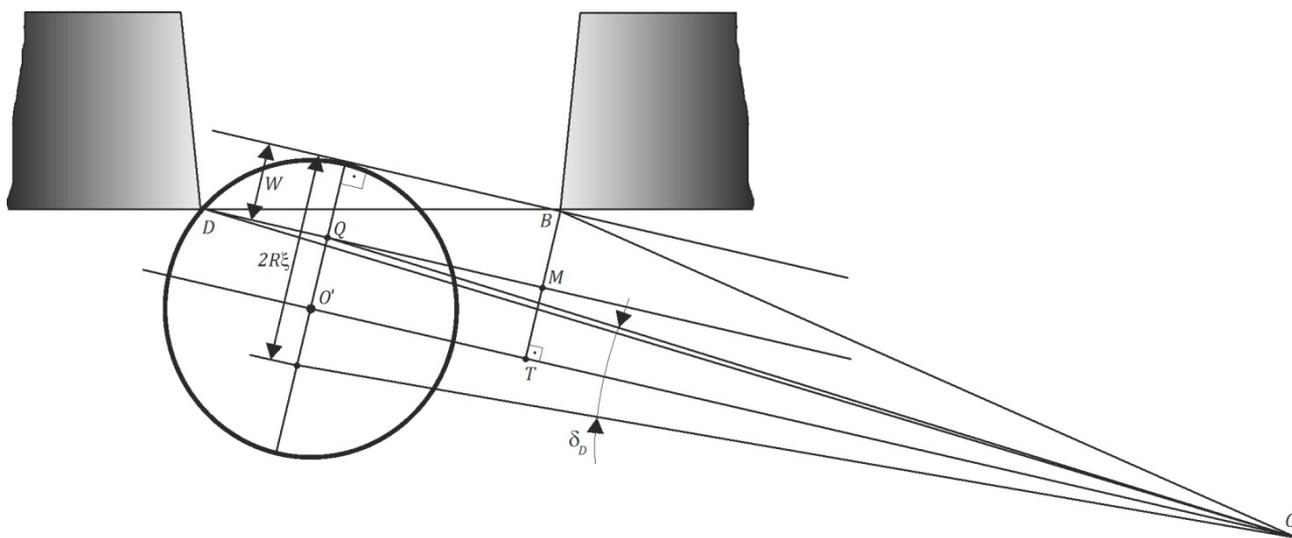


Рис.3. Попадание шара в дальнюю губу после соприкосновения с ближней губкой вскользь. Случай  $W < R < 2R\xi$ .

**b. Начальное местоположение шара совпадает с биссектрисой лузы.**

В таких случаях понятия «ближняя» и «дальняя» губка совпадают. А это значит, что допустимо соприкосновение шара как с одной, так и с другой губкой. В силу этого, угол следует определять не из соотношения (7), а следующим образом:

$$\gamma = \gamma_\Sigma - 2 \gamma_D = \gamma_\Sigma - 2 \gamma_B. \quad (11)$$

Строгость лузы по отношению ко всей игровой поверхности является интегральной характеристикой. Ее оценку можно найти, проведя для каждой лузы расчеты для  $n \cdot m$  точек плоскости стола с координатами  $(X_{O_i}, Y_{O_i})$ ,  $i=\overline{1, n}$ ,  $j=\overline{1, m}$ :

$$S_k = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_{ij}, \quad (12)$$

где  $k$  – номер лузы,  $k=\overline{1,6}$ ;  $S_{ij} = S_{\gamma}(X_{O_i}, Y_{O_i})$  – величины строгости лузы по отношению к точке начального положения шара с координатами  $(X_{O_i}, Y_{O_i})$ . Понятно, что оценка будет тем точнее, чем больше будут целые величины  $n$  и  $m$ . Однако, следует понимать, что увеличение количества точек  $n \cdot m$  будет приводить к увеличению вычислительных затрат.

Зная величины  $S_k$ ,  $k=\overline{1,6}$ , строгость всего стола можно определить следующим образом:

$$S = \frac{1}{\sum_{k=1}^6 \alpha_k} \sum_{k=1}^6 \alpha_k S_k, \quad (13)$$

где  $\alpha_k$ ,  $k=\overline{1,6}$ ,  $0 \leq \alpha_k \leq 1$  – весовые множители, определяющие «значимость» каждой из луз для конкретной разновидности бильярдной игры. В частном случае – при равнозначности луз:

$$S = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 S_k, \quad (14)$$

Результаты расчетов, выполненных в рамках первого подхода, представлены на рисунке 4. В качестве исходных данных были использованы следующие величины:  $R = 34$  мм;  $H = 72$  мм – для угловых луз;  $H = 82$  мм – для средних луз; размеры игрового поля 12-футового стола – 3550×1775 мм; размеры игрового поля 10-футового стола – 2950×1470 мм; высота рабочей кромки борта – 42 мм;  $n = 2000$ ;  $m = 1000$ .

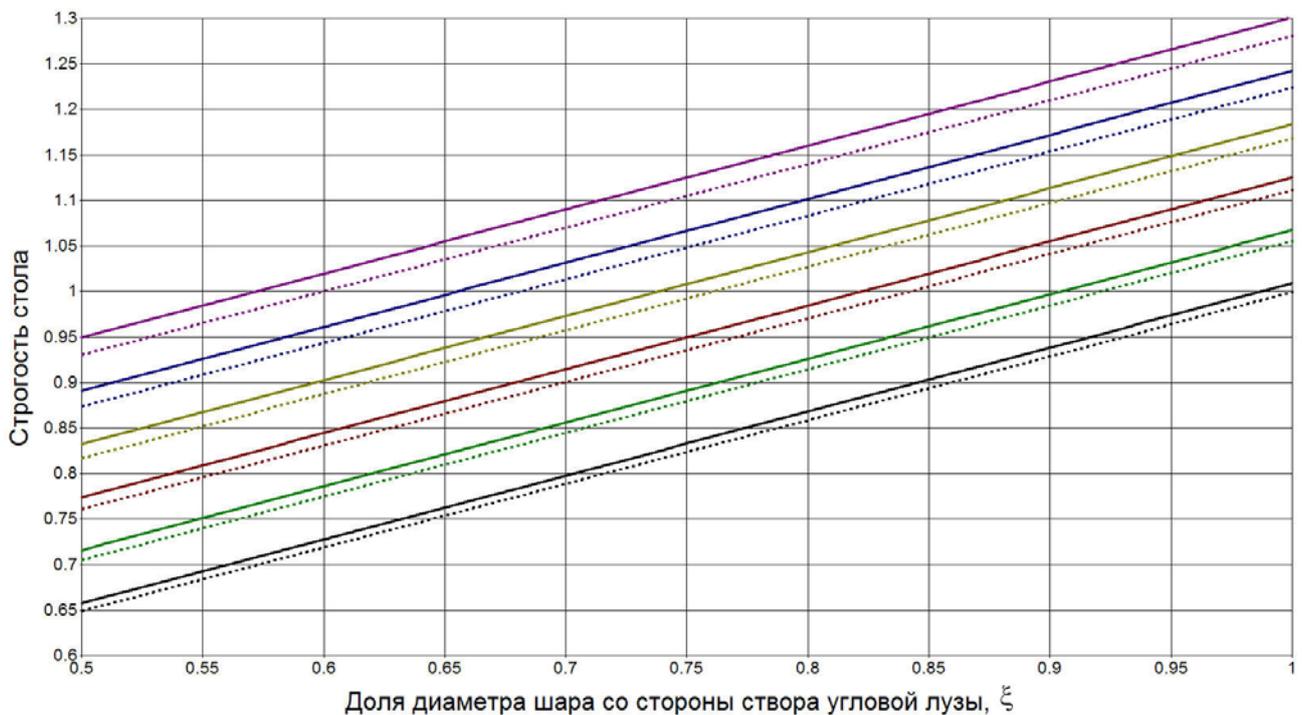


Рис.4. Строгости 12-футового и 10-футового бильярдных столов, рассчитанные с помощью подхода 1.

Сплошными линиями изображены строгости 12-футового стола, а штриховыми – 10-футового. Линии черного цвета (нижние на рис.4) соответствуют величине  $\xi = 0.5$

для средней лузы, фиолетового цвета –  $\xi = 1$ , а линии прочих цветов отображают промежуточные (от 0.6 до 0.9) значения  $\xi$  для средней лузы. Видно, что зависимости  $S(\xi)$  практически линейны, поэтому не составит труда, в случае необходимости, численно обработать (например, методом наименьших квадратов) результаты расчетов и получить эмпирические формулы для расчета строгости 12-футового и 10-футового столов. Отмечу, что строгость 10-футового стола оказалась лишь на пару процентов меньше строгости 12-футового стола, хотя изначально мне представлялось, что разница будет гораздо чувствительней.

### Подход 2

Локальную строгость луз можно оценивать и иными способами. Рассмотрим подход, в котором вместо углов, использованных для оценки выше, применяются линейные величины. Рассмотрим сначала случай, когда шар, не коснувшись ближней губки, соприкоснулся с дальней губкой при  $R < 2R\xi$  (рис.5). Если бы луза была уже, и крайняя точка ближней губки располагалась в точке  $B'$ , то соприкосновение с ней произошло бы вскользь. Это значит, что расстояние  $DB'$  можно рассматривать в качестве виртуальной ширины лузы, допускающей в рассматриваемом случае падение шара. Отыщем величину  $DB'$ , которую используем в дальнейшем для оценки локальной строгости лузы.

Угол  $EDO$  был определен ранее (см. (6)):  $\sin \angle EDO = (2R\xi - R)/\rho_D$ . Применив теорему косинусов к треугольнику  $ODB$ , найдем угол  $ODB$ :

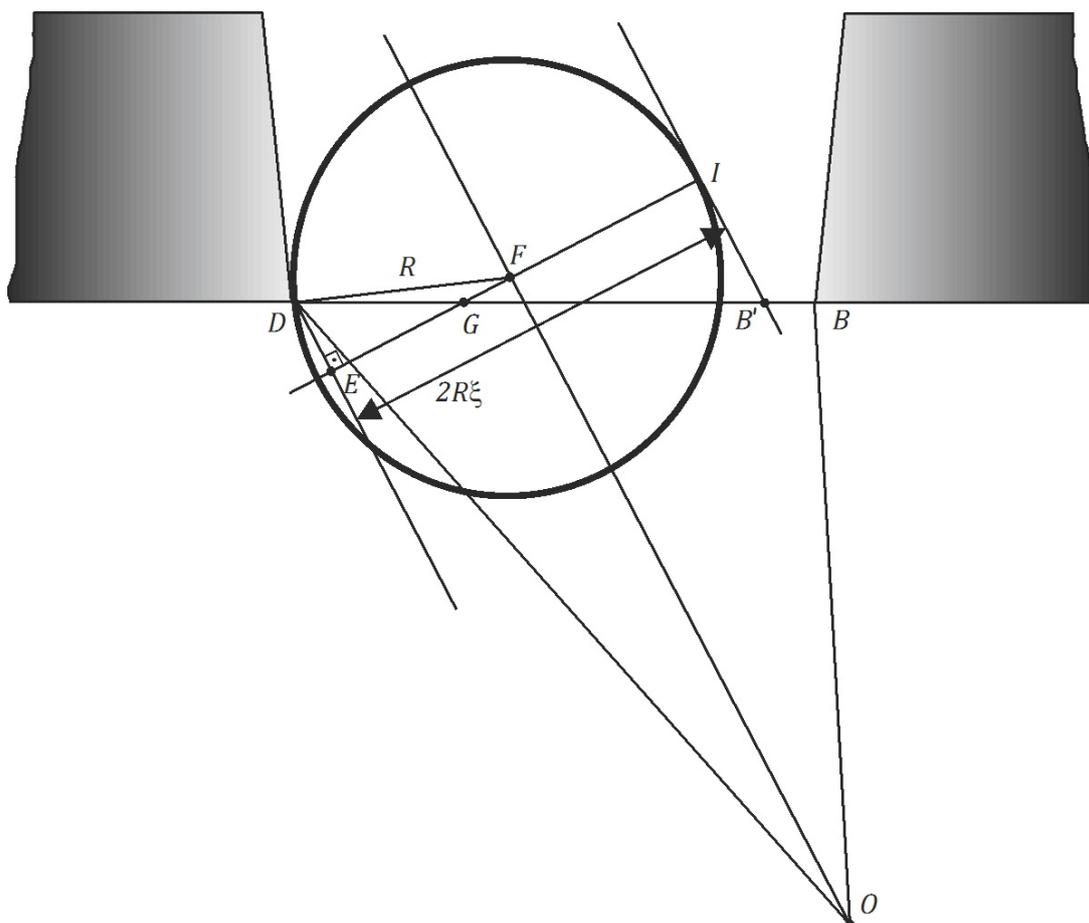


Рис.5. Попадание шара в дальнюю губу без касания с ближней губкой.

$$\begin{aligned} \cos \angle ODB &= \frac{\rho_D^2 + H^2 - \rho_B^2}{2 \rho_D H}. \text{ Теперь можно выразить угол } EDG: \angle EDG = \angle EDO + \angle ODB \\ &= \arcsin \frac{2R\xi - R}{\rho_D} + \arccos \frac{\rho_D^2 + H^2 - \rho_B^2}{2 \rho_D H}. \end{aligned}$$

Из подобия треугольников  $EDG$  и  $IB'G$  выразим пропорцию  $\frac{DG}{GB'} = \frac{EG}{GI}$ , которую с помощью связи  $GI = 2R\xi - EG$  преобразуем к виду  $\frac{DG}{GB'} = \frac{EG}{2R\xi - EG}$ . Отсюда найдем

$$GB' = DG (2R\xi - EG) / EG.$$

Выразим  $DB'$ :

$$DB' = DG + GB' = DG + DG (2R\xi - EG) / EG = DG \left(1 + \frac{2R\xi - EG}{EG}\right) = DG \left(1 + \frac{2R\xi}{EG} - 1\right) = DG \frac{2R\xi}{EG}$$

. Так как из треугольника  $EDG$  следует, что  $\frac{EG}{DG} = \sin \angle EDG$ , то  $\frac{DG}{EG} = \frac{1}{\sin \angle EDG} = \frac{1}{\sin \angle EDG}$ .

$$\text{А значит } DB' = \frac{2R\xi}{\sin \angle EDG} = \frac{2R\xi}{\sin \left(\arcsin \frac{2R\xi - R}{\rho_D} + \arccos \frac{\rho_D^2 + H^2 - \rho_B^2}{2 \rho_D H}\right)}.$$

Зная величину  $DB'$ , можно получить оценку локальной строгости лузы:  $S_\gamma = 1 -$

$$\frac{B'B}{DB} = 1 - \frac{DB - DB'}{DB} = 1 - 1 + \frac{DB'}{DB} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DB'}{H}. \text{ Или окончательно:}$$

$$S_\gamma = \frac{2R\xi}{H \sin \left(\arcsin \frac{2R\xi - R}{\rho_D} + \arccos \frac{\rho_D^2 + H^2 - \rho_B^2}{2 \rho_D H}\right)}. \quad (15)$$

Естественно, и при таком подходе необходимо учитывать особые случаи, отмеченные выше. При  $W < 2R\xi$  (см. рис.2) в качестве виртуальной ширины лузы, допускающей в рассматриваемом случае падение шара, можно рассматривать расстояние  $BD'$ . Иными словами, если бы лузный створ располагался между точками  $B$  и  $D'$ , то шар мог бы в него попасть, так как выполнялось бы необходимое условие  $W = 2R\xi$ . Нетрудно заметить, что  $BD' = 2R\xi / (\cos \angle DBM)$ , а угол  $DBM$  уже был найден выше (см. (9)):

$$\cos \angle DBM = \cos \left[ \arccos \frac{\rho_B^2 + H^2 - \rho_D^2}{2 \rho_B H} - \arccos \frac{R}{\rho_B} \right].$$

Оценка локальной строгости лузы в этом случае определяется следующим образом:

$$S_\gamma = 1 + \frac{DD'}{H} = 1 + \frac{BD' - H}{H} = 1 + \frac{BD'}{H} - 1 = \frac{BD'}{H}.$$

В случаях же, когда начальное местоположение шара находится на биссектрисе лузы (см. рис.6), формула для локальной строгости принимает вид:

$$S_\gamma = 1 - \frac{2BB'}{DB} = 1 - \frac{2(DB - DB')}{DB} = 1 - 2 \left(1 - \frac{DB'}{DB}\right) = 1 - 2 + 2 \frac{DB'}{H} = 2 \frac{DB'}{H} - 1,$$

а  $DB'$ , как и выше, находится из соотношения

$$DB' = \frac{2R\xi}{\sin \angle EDB} = \frac{2R\xi}{\sin \left(\arcsin \frac{2R\xi - R}{\rho_D} + \arccos \frac{\rho_D^2 + H^2 - \rho_B^2}{2 \rho_D H}\right)}.$$

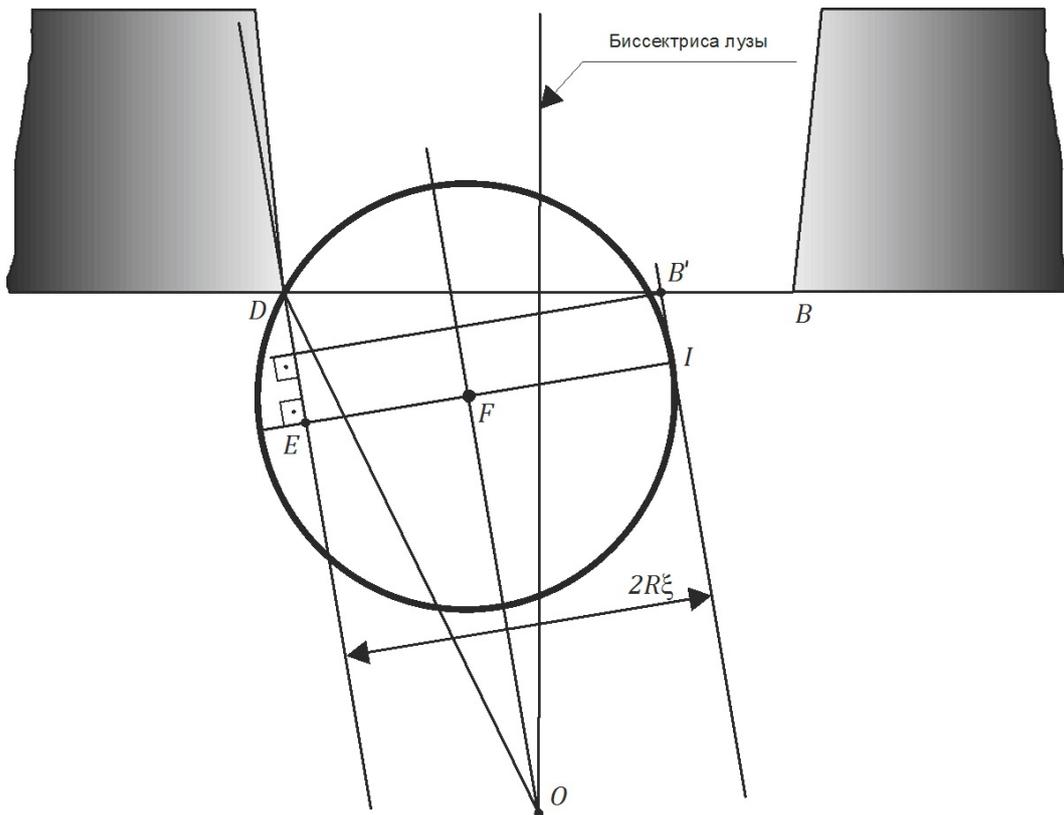


Рис.6. Соударение шара с губкой после движения из начального положения на биссектрисе лузы.

Результаты расчетов, выполненных согласно второму подходу, изображены на рисунке 7. При вычислениях использовались те же самые исходные данные, что и ранее. Полученные с помощью второго подхода величины оценок строгости стола несколько превышают соответствующие величины, следующие из подхода 1.

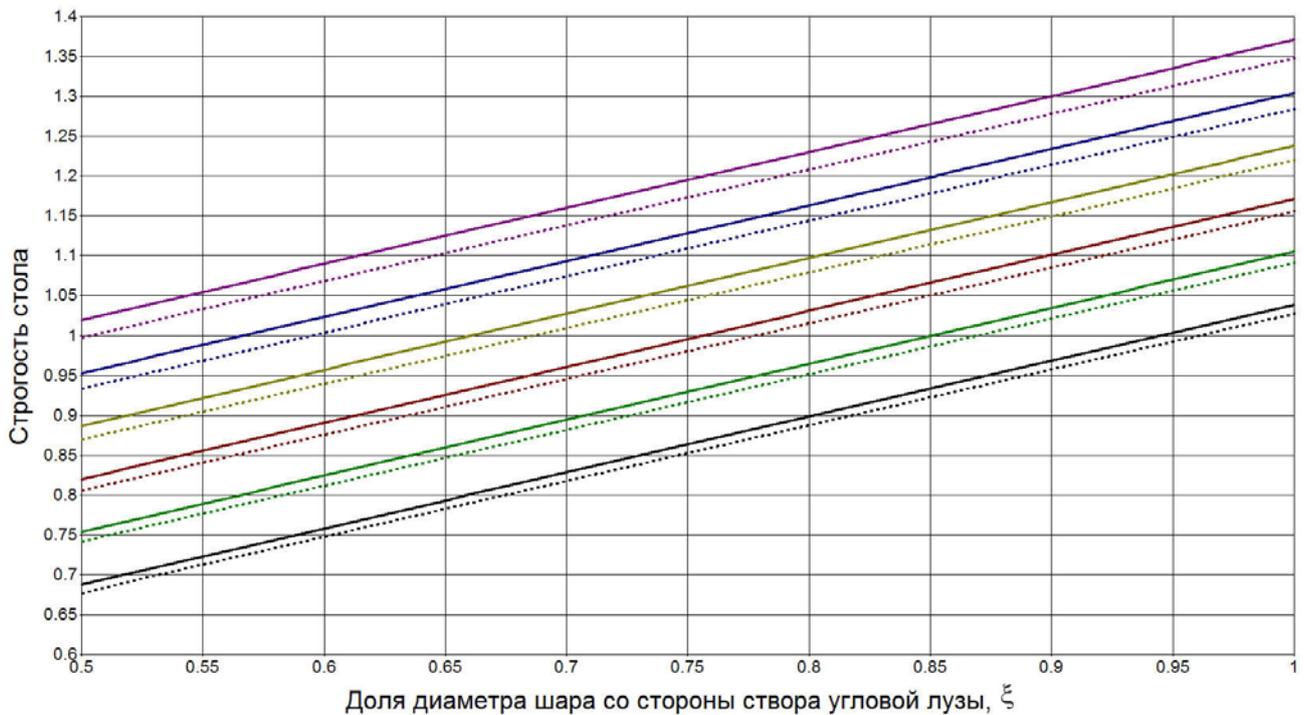


Рис.7. Строгости 12-футового и 10-футового бильярдных столов, рассчитанные с помощью подхода 2.

На мой взгляд, для определения локальной строгости луз предпочтительней применять не первый, а второй из рассмотренных подходов. Суть подхода 2, основанную на использовании виртуальной ширины лузы, значительно проще почувствовать «на пальцах»: нужно всего лишь представить – насколько широким должен был бы быть лузный створ, чтобы шар мог в него попасть из конкретного начального положения. Или, говоря иначе – насколько далеко Старику Хоттабычу пришлось бы отодвигать дальнюю губку от ближней.

### Подход 3

Назовем третьим подходом для вычисления оценки строгости стола тот способ, который предложил В.Архипов (см. выше). Чтобы результаты, получаемые с помощью подходов 1, 2 и 3, были согласованы друг с другом, модифицируем приведенную В.Архиповым формулу – будем вычислять локальную строгость лузы  $S_{ij}$  по отношению к каждому начальному местоположению шара с координатами  $(X_{0i}, Y_{0i})$ ,  $i=\overline{1,n}$ ,  $j=\overline{1,m}$  согласно соотношению:

$$S_{ij} = 1 - \left[ \operatorname{Arcsin} \left( \frac{H_{ij} - 2R}{L_{ij}} \right) - \operatorname{Arcsin} \left( \frac{H_{ij}}{L_{ij}} \right) \right],$$

где  $H_{ij}$  – видимая ширина лузы;  $L_{ij}$  – расстояние от шара до той точки лузного створа, которая делит видимый угол створа пополам (принципиально, под  $L_{ij}$  можно было бы понимать и расстояние от шара до середины лузного створа; значение  $S_{ij}$  при этом изменилось бы незначительно). Следует заметить, указанное соотношение нельзя использовать для ряда точек игровой поверхности, для которых выполняется неравенство  $\left| \frac{H_{ij} - 2R}{L_{ij}} \right| > 1$  или  $\left| \frac{H_{ij}}{L_{ij}} \right| > 1$ .

В представленной ниже таблице 1 приведены результаты расчетов строгости бильярдного 12-футового стола в сравнении с аналогичными оценками, полученными с помощью подходов 1 и 2 (так как подход 3 не предполагает возможности плотного контакта шара с дальней губкой лузы, то для подходов 1 и 2 представлены лишь результаты расчетов при  $\xi = 1$ ).

Заметим, что оценки, полученные с помощью подходов 1 и 3, довольно близки друг к другу. Это и неудивительно, ведь оба подхода основаны на использовании одной и той же величины – углового размера видимой ширины створа лузы. Весьма интересно (и довольно неожиданно) то, что строгости средней лузы во всех случаях превышают (и значительно) строгости угловой лузы.

| Подход | Строгость средней лузы | Строгость угловой лузы | Строгость стола |
|--------|------------------------|------------------------|-----------------|
| 1      | 1,792                  | 1,056                  | 1,301           |
| 2      | 2,001                  | 1,056                  | 1,371           |
| 3      | 1,774                  | 1,055                  | 1,295           |

Таблица 1. Локальные и интегральные строгости 12-футового стола для Русского бильярда, рассчитанные с помощью трех подходов.

#### Подход 4

Строгость лузы можно оценивать и с помощью отношения площади  $S_w$  той части игровой поверхности, из которой шар может в нее попасть (без касания губок или после контакта «допустимой плотности» с дальней губкой), к полной площади  $S_\Sigma$ :

$$S_k = 1 - \frac{S_w}{S_\Sigma}.$$

Для подсчета строгости всего стола нужно, как и в предыдущих подходах, усреднить сумму строгостей всех луз. Отмечу, что В.Архипов относил подобный подход к оценке приемистости стола.

Результаты расчетов, проведенных с помощью подхода 4, представлены на рисунке 8.

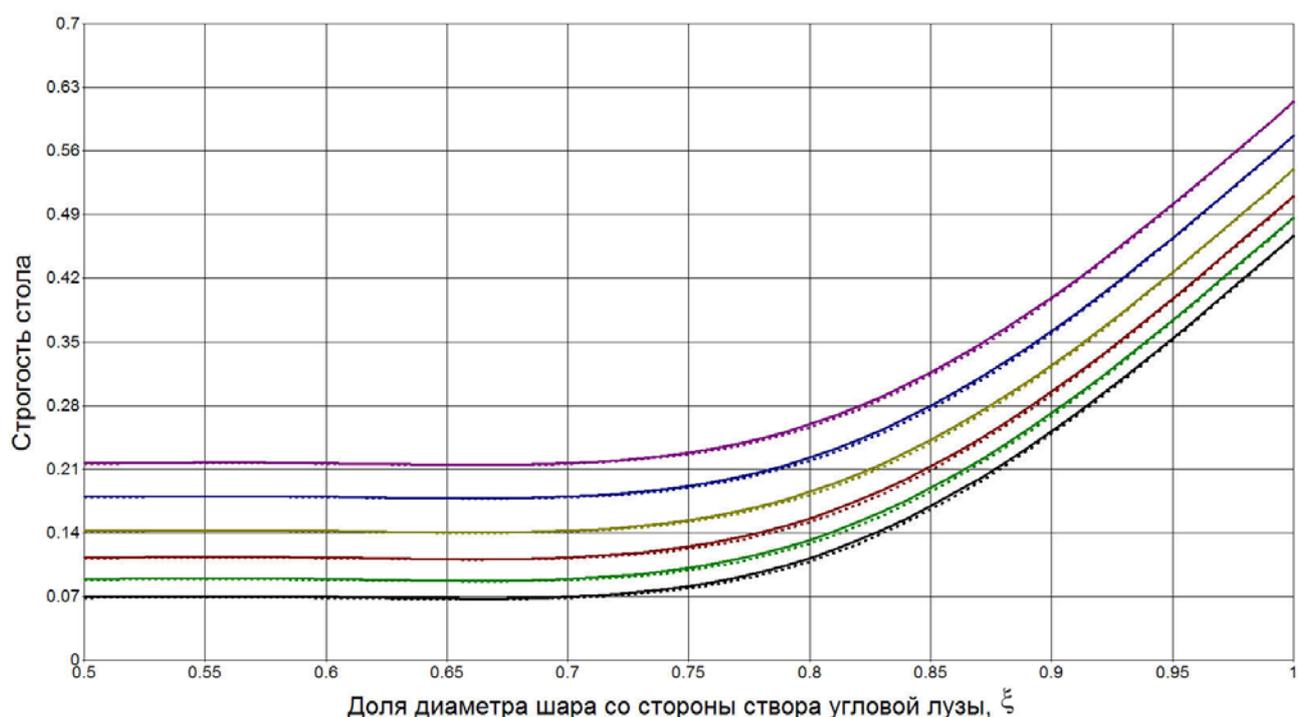


Рис.8. Строгости 12-футового и 10-футового бильярдных столов, рассчитанные с помощью подхода 4.

#### Сравнение столов для Русского бильярда, Снукера и Пула

Численные результаты сравнения строгостей столов для Русского бильярда, Снукера и Пула представлены в таблице 2. Расчеты были проведены с применением подхода 2. Ввиду того, что столы для Снукера и Пула имеют гораздо более закругленные губки луз, чем в Русском бильярде, при формализации задачи сравнения пришлось воспользоваться несколько искаженной формой лузных створов. На самом деле, можно было бы потратить время и «расписать» более точную математическую модель расчета строгостей луз с закругленными губками. Но представляется, что эффект от применения такой уточненной модели не будет чувствительным.

|   | 12-футовый стол для Русского бильярда, соответствующий стандартам МКП и ЕКП | 12-футовый стол для Снукера, соответствующий стандартам WPBSA | 9-футовый стол для Пула, соответствующий стандартам WPA |
|---|---|---|---|
| Длина стола, мм                                     | 3550  | 3569  | 2540  |
| Ширина стола, мм                                    | 1775  | 1778  | 1270  |
| $H_{уг}$ - ширина угловой лузы, мм                  | 72  | 82.55   | 117.5   |
| $H_{ср}$ - ширина средней лузы, мм                  | 82  | 99.212  | 130.175   |
| $D$ - диаметр шара, мм                              | 68  | 52.5  | 57.15   |
| Высота рабочей кромки борта, мм                     | 42  | 26.25   | 36.29   |
| $D / H_{уг}$ - относительная строгость угловой лузы | 0.944   | 0.636   | 0.5   |
| $D / H_{ср}$ - относительная строгость средней лузы | 0.829   | 0.529   | 0.45  |
| $S_{отн}$ - относительная строгость стола           | 0.906   | 0.6   | 0.483   |
| $S_{отн РБ} / S_{отн}$                              | 1   | 1.51  | 1.876   |
| $S_{уг}$ - строгость угловой лузы                   | 1.056   | 0.713   | 0.563   |
| $S_{ср}$ - строгость средней лузы                   | 2.001   | 1.331   | 1.031   |
| $S$ - строгость стола                               | 1.371   | 0.919   | 0.719   |
| $S / S_{РБ}$  | 1   | 0.67  | 0.524   |
| $S_{РБ} / S$  | 1   | 1.492   | 1.907   |

Таблица 2. Сравнение характеристик столов для Русского бильярда, Снукера и Пула.

В верхних строках таблицы указаны параметры столов и шаров, установленные стандартами международных бильярдных ассоциаций. В средней части приведены относительные строгости угловых и средних луз, представляющие собой отношения диаметров используемых шаров к растворам луз:  $D / H$ . Эти параметры соответствуют простейшему представлению о строгостях луз: растворы луз стола для Русского бильярда сравнимы с диаметром шара; ширина лузы стола для Снукера примерно в полтора раза превосходит диаметр шара, а стола для Пула – в два раза. Относительным строгостям луз соответствуют относительные строгости столов  $S_{отн} = \frac{1}{6} \left( \frac{4D}{H_{уг}} + \frac{2D}{H_{ср}} \right)$ . Отношения относительной строгости стола для Русского бильярда  $S_{отн РБ}$  к  $S_{отн}$  приведены в следующей строке. Нетрудно заметить, что согласно величинам  $S_{отн РБ} / S_{отн}$  относительная строгость стола для Русского бильярда примерно в полтора раза превосходит строгость снукерного стола и почти в два раза выше строгости стола для игры в Пул. Строгости луз  $S_{уг}$ ,  $S_{ср}$  и столов  $S$ , определенные согласно второму подходу при  $\xi = 1$  (как для угловых луз, так и для средних), представлены в трех строчках ниже. В двух нижних строках таблицы размещены значения отношений  $S / S_{РБ}$  и  $S_{РБ} / S$ , где  $S_{РБ}$  – строгость стола для Русского бильярда. Легко видеть, что  $S_{РБ} / S \approx S_{отн РБ} / S_{отн}$ , как для снукерного стола, так и для пуловского. А это значит, что с помощью расчетов интегральной строгости столов ничего нового в сравнении столов получено не было. Как изначально «по шарам и лузам» представлялось, так и получилось: стол для

Русского бильярда приблизительно в полтора раза строже стола для Снукера и в два раза строже стола для Пула. (Кстати, в упомянутой выше статье Доктор Дэйв дал ссылку на бильярдный форум [AZBilliards](http://AZBilliards.com), где он разместил большой объем информации, связанной со сравнением строгостей различных столов. Если внимательно разобраться в приведенных там численных данных, то можно извлечь оценку строгости 12-футового стола для Русского бильярда по отношению к стандартному столу для Пула. Эта оценка, равная 1.84, довольно близка к величине 1.907, приведенной в таблице. При этом следует подчеркнуть, что для отыскания своей оценки Доктор Дэйв применял совсем иной подход).

### ***Сравнение строгостей столов для Русского бильярда, рассчитанных при варьировании ширины лузных створов и диаметра шара***

Ввиду того, что сравнение строгостей столов для различных видов лузного бильярда практически не принесло ничего нового для понимания, появилось соображение о сравнении строгостей стола, соответствующих допустимым вариациям размеров луз и шара. Для 12-футового стола, на котором играют в Русский бильярд, допустимы небольшие, но чувствительные в игре разбросы параметров луз и шара. Угловая луза может быть выполнена шириной от 72 до 73 миллиметров, а ширина средней лузы должна составлять 82÷83 миллиметра. Номинальный диаметр бильярдного шара равен 68 миллиметрам, но допускается использование шаров с диаметром вплоть до 68,5 миллиметров. В таблице 3 приведены результаты расчетов, выполненных при «крайних» ситуациях: для самых узких луз в сочетании с наиболее габаритным шаром; для самых широких луз в совокупности с шаром наименьшего размера. Видно, что рассчитанные строгости стола отличаются друг от друга примерно на 2 процента. С одной стороны, наблюдается такое незначительное отличие значений интегральной строгости стола, а с другой – кардинальная разница в игровых свойствах: один из рассмотренных столов весьма «зажат», а другой можно называть «дармовым». Это – дополнительное свидетельство неэффективности использования параметра строгости стола для характеристики его реальной игровой строгости.

| Ширина створа угловой лузы, мм | Ширина створа средней лузы, мм | Диаметр шара, мм | Строгость угловой лузы | Строгость средней лузы | Строгость стола |
|--------------------------------|--------------------------------|------------------|------------------------|------------------------|-----------------|
| 72                             | 82                             | 68.5             | 1.063                  | 2.016                  | 1.381           |
| 73                             | 83                             | 68               | 1.041                  | 1.977                  | 1.353           |

Таблица 3. Характеристики 12-футового стола для Русского бильярда.

### ***Локальные строгости луз 12-футового стола для Русского бильярда***

В представленных выше подходах локальные строгости луз определялись лишь для того, чтобы затем с помощью них найти оценку интегральной строгости стола. Но, как оказалось, такая оценка не является «весомой» для вынесения суждений о характеристиках стола и для сравнения различных столов – во всяком случае, при поверхностном анализе. Поэтому представляется логичным более внимательно «присмотреться» к оценкам локальных строгостей луз.

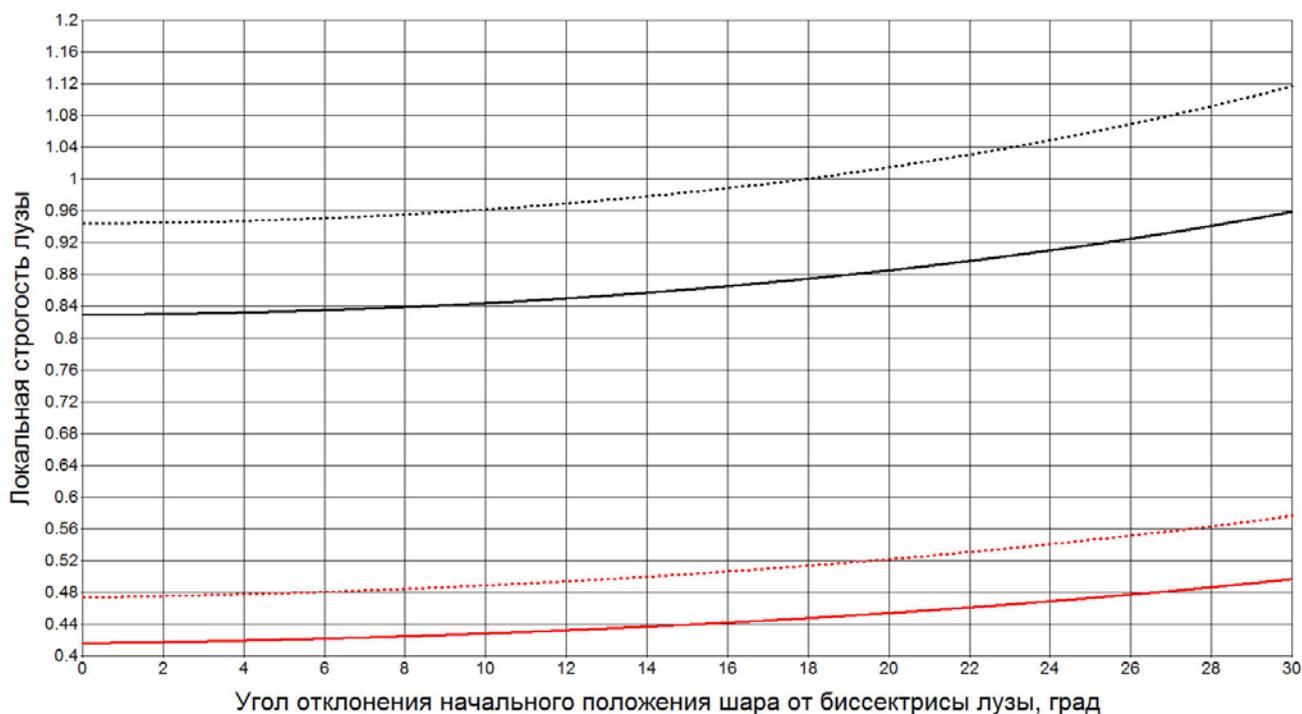


Рис.9. Зависимости локальных строгостей луз 12-футового стола от угла отклонения начального положения шара от биссектрисы лузы.

Рассмотрим результаты проведенных расчетов, представленные на рисунке 9. На горизонтальной оси (оси абсцисс) отложены величины угла отклонения  $\alpha$  начального положения шара от биссектрисы лузы. Под  $\alpha$  понимается угол между биссектрисой лузы (ее центральной линией) и линией, проведенной из точки начального положения шара в центральную точку лузного створа. Понятно, что для подавляющего большинства позиций шара на столе  $\alpha \neq 0^\circ$ . Поэтому интересно – как меняется локальная строгость лузы в зависимости от углового отдаления шара по отношению к ее центральной линии. Значения строгостей луз отложены по оси ординат. Графики, изображенные сплошными линиями, соответствуют средней лузе стола, а штриховыми линиями – угловой лузе. Величины локальных строгостей, представленные на графиках красного цвета, рассчитаны для угловой и средней лузы при  $\xi = 0.5$ . Черный же цвет графиков соответствует расчетам, в которых для луз было использовано значение  $\xi = 1$ .

При выборе удара игроки охотней склоняются к положениям шара, при которых  $\alpha \approx 0^\circ$ . Решение об атаке лузы обычно принимается, если  $\alpha \lesssim 15^\circ$ , но иногда не «брезгают» и позициями  $15^\circ < \alpha \lesssim 30^\circ$ . При  $\alpha > 30^\circ$  «по лузе» играют крайне редко. Из рис.9 видно, что в рассмотренном диапазоне  $0^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$  локальные строгости угловой лузы примерно на 15% превосходят локальные строгости средней лузы. И в этом нет ничего удивительного, ведь средняя луза все же шире угловой. Скорее, несколько удивительным мог показаться тот факт, что строгость средней лузы по отношению ко всей игровой поверхности значительно превышает аналогичную строгость угловой лузы (что отмечалось выше). Но, если хорошенько призадуматься, и это не выходит из привычных рамок понимания – ведь в угловую лузу можно отправить шар, расположенный практически в любом месте стола, а по отношению к средней лузе это совсем не так. Из рисунка 9 следует также, что при уменьшении значения  $\xi$  с 1 до 0.5 (это означает, что вместо касания дальней губки вскользь допускается плотный контакт вплоть до соударения в половину шара) локальная строгость лузы падает примерно вдвое.

Судить о том, насколько по сравнению со случаем  $\alpha = 0^\circ$  луза становится локально строже, можно по рисунку 10. Иными словами, задаваясь величиной  $\alpha \neq 0^\circ$ , можно оценить – насколько труднее отправить шар в лузу по отношению к случаю, когда он изначально расположен на средней линии лузы. Например, при  $\alpha = 35^\circ$ ,  $\xi = 0.5$  отправить шар в угловую лузу почти на треть (30%) трудней, чем это было бы в случае, когда начальное положение шара совпадало с биссектрисой лузы. Нетрудно заметить, что функции относительной строгости, изображенные на рисунке 10, имеют монотонно возрастающую положительную производную (иначе говоря, скорость их роста увеличивается при увеличении  $\alpha$ ). Это значит, например, что при  $\alpha = 10^\circ$  луза строже по отношению к случаю  $\alpha = 0^\circ$ , чем при  $\alpha = 20^\circ$  по сравнению со случаем  $\alpha = 10^\circ$ . Такая тенденция, в частности, приводит к тому, что игроки зачастую предпочитают выбрать для атакующего удара значительно удаленный от лузы прицельный шар, расположенный под углом  $\alpha = 10^\circ$ , а не близкий к лузе шар с  $\alpha = 20^\circ$ .

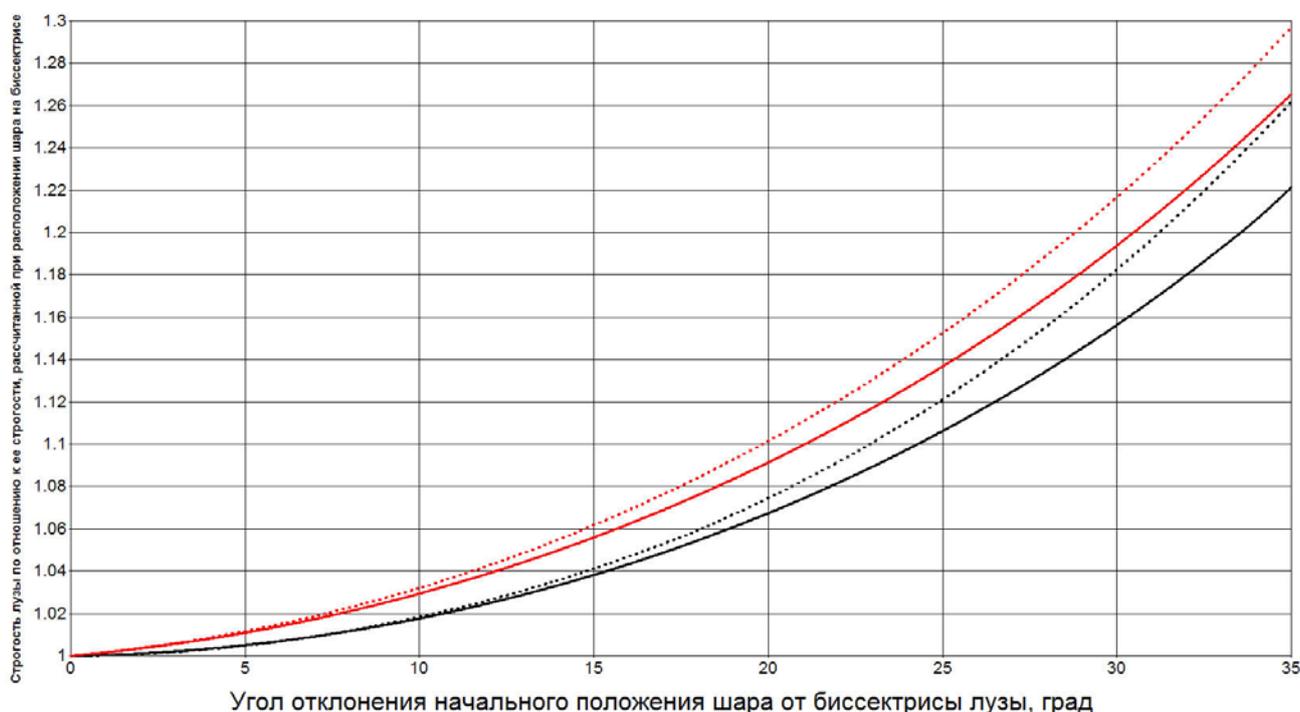


Рис.10. Локальные строгости луз 12-футового стола по отношению к их строгостям, рассчитанным при  $\alpha = 0^\circ$ .

### **Сравнение локальных строгостей луз столов для Снукера и Пула с лузами стола для Русского бильярда**

Насколько лузы стола для Русского бильярда строже, чем лузы столов для Снукера и Пула? Частично ответить на этот вопрос можно с помощью численных значений относительной строгости луз, представленных в таблице 2. Получается, что угловая луза стола для Русского бильярда строже угловой снукерной лузы в 1.484 раза и строже угловой лузы для Пула в 1.888 раза. Для средних же луз эти отношения составляют 1.567 и 1.842, соответственно. Однако, эти значения характеризуют относительную локальную строгость луз только для случая  $\alpha = 0^\circ$ . А что будет при  $\alpha \neq 0^\circ$ ? Ответить позволяют результаты численных расчетов, представленные ниже на рисунках 11 и 12. Пожалуй, можно констатировать, что в диапазоне углов  $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$  отношения локальных строгостей луз меняются

незначительно. Можно подметить странную, на первый взгляд, тенденцию: при увеличении угла  $\alpha$  относительная строгость луз стола для Русского бильярда по сравнению со строгостями луз для Снукера и Пула уменьшается.

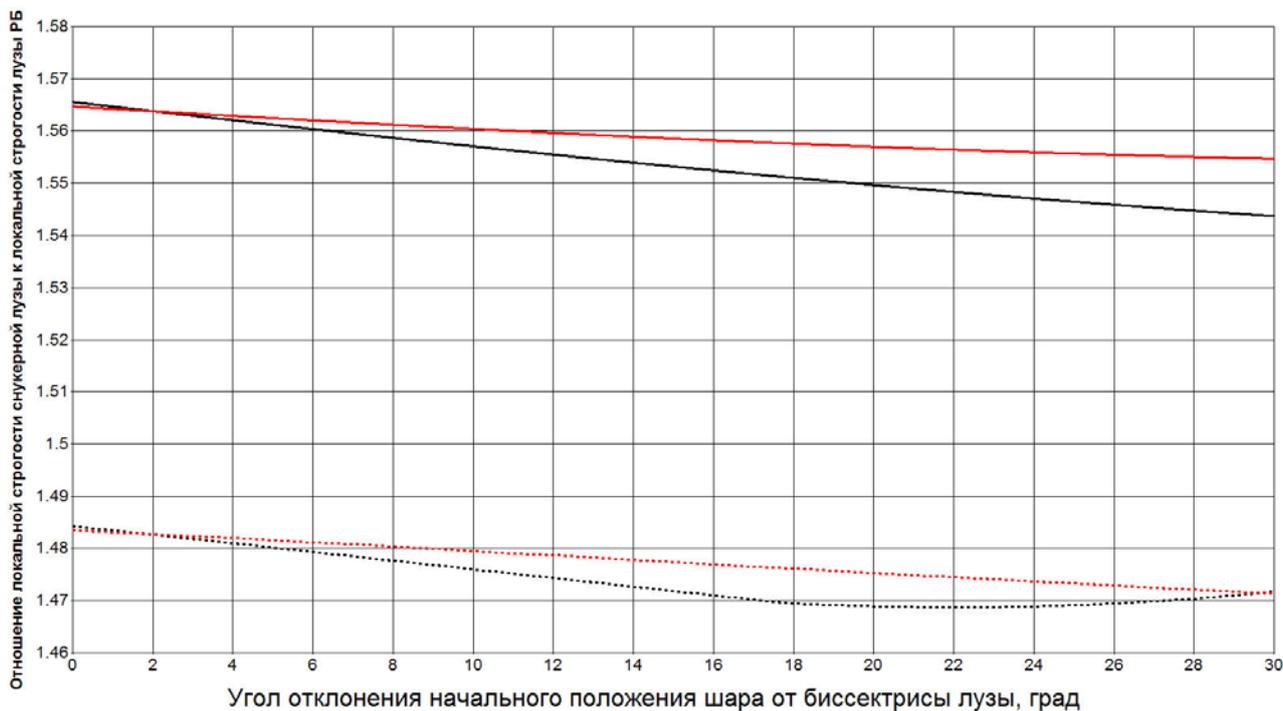


Рис.11. Отношения локальных строгостей луз стола для Русского бильярда к локальным строгостям луз стола для Снукера.

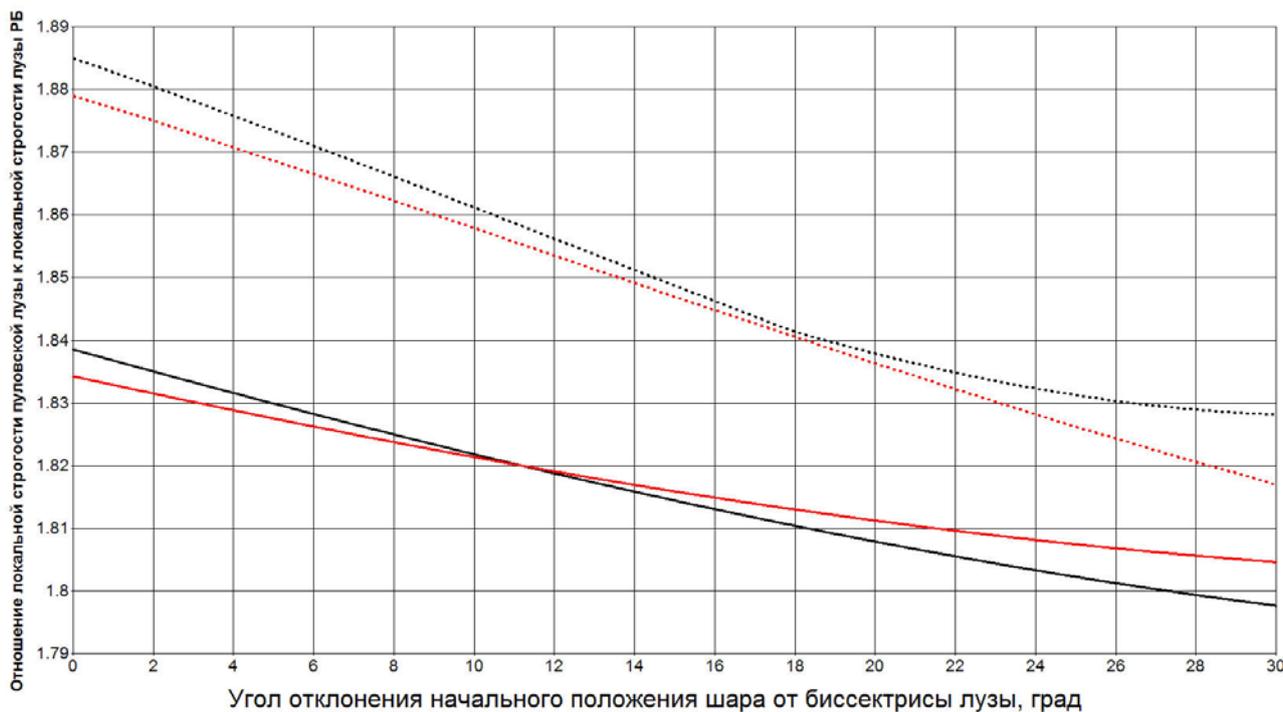


Рис.12. Отношения локальных строгостей луз стола для Русского бильярда к локальным строгостям луз стола для Пула.

### Выводы

1. Строгость 10-футового стола для Русского бильярда приблизительно лишь на два процента меньше строгости стандартного 12-футового стола.

2. Интегральная строгость (рассчитанная с учетом всей игровой поверхности стола для Русского бильярда) средней лузы значительно превышает (более, чем в полтора раза) строгость угловой лузы.
3. Стол для игры в Русский бильярд примерно в полтора раза строже стола для Снукера и почти в два раза строже стола для Пула. Именно такие оценки можно получить, не пользуясь понятием интегральной строгости, а просто сравнивая величины лузных створов и размеры шаров. В этом смысле, оценка интегральной строгости стола не дает дополнительной информации.
4. Для большинства игровых позиций при игре в Русский бильярд локальная строгость угловой лузы примерно на 15 процентов превосходит локальную строгость средней лузы.
5. Чисто геометрический подход не позволяет получать значимые оценки истинной игровой строгости бильярдных столов.

## Часть 2

Май, 2014

Радиус шара определяет два важных для бильярдной игры параметра: размер (габариты) и кривизну поверхности. В первой части этой работы при подсчете строгости бильярдного стола учитывались лишь габариты шара. Именно с помощью них определялась возможность проникновения шара через видимый створ лузы. Второй же параметр (кривизна) влияет на траектории движения шаров после их соударений. Понятно, что играя в бильярд, люди непременно допускают ошибки при нанесении ударов. В частности, как бы аккуратно ни прицеливался игрок и как бы точно он ни пытался ударить, все равно биток соударяется с прицельным шаром не в той точке, которая намечалась теоретически. У мастеровитых игроков ошибка соударения обычно невелика, а у новичков может достигать значительных величин. Тем не менее, можно смело утверждать, что такие ошибки всегда будут присутствовать. Ошибка соударения влечет за собой ошибку в направлении перемещения прицельного шара (и, естественно, битка). Думаю, что многие обращали внимание на то, что при игре шарами меньшего размера игроку приходится выполнять удары более точно – иначе реальные траектории шаров будут весьма далеки от ожидаемых. Это – следствие того, что меньшие по размеру шары имеют большую кривизну поверхности. Рассмотрим закономерности влияния кривизны на точность выполняемых ударов.

Обратимся к рисунку 13, на котором схематично изображены две ситуации соударения шаров. Начальное положение битка, определяемое точкой  $A$ , для обеих ситуаций одинаково. Первая ситуация соударения, в которой центр битка занимает позицию  $O$ , является номинальной. Иными словами, предполагается, что именно в это положение игроку и хотелось бы направить биток. Плотность контакта шаров при соударении определяется углом резки  $\alpha$ , который образуют вектор поступательной скорости битка  $V$  и центральная линия соударения, проходящая через центры шаров  $O$  и  $B$ . Ясно, что при прямом соударении («в лоб»)  $\alpha = 0^\circ$ , а при соударении вскользь  $\alpha = 90^\circ$ . При типичном случае соударения в половину шара, когда вектор  $V$  проходит через край прицельного шара, угол резки равен тридцати градусам. Вторая ситуация соударения отличается от первой тем, что игроком был допущен боковой промах, равный  $\delta$  и изображенный отрезком  $OD$ . Так как при этом реальный угол

резки превышает величину  $\alpha$ , то вторая ситуация соударения соответствует случаю «перерезки».

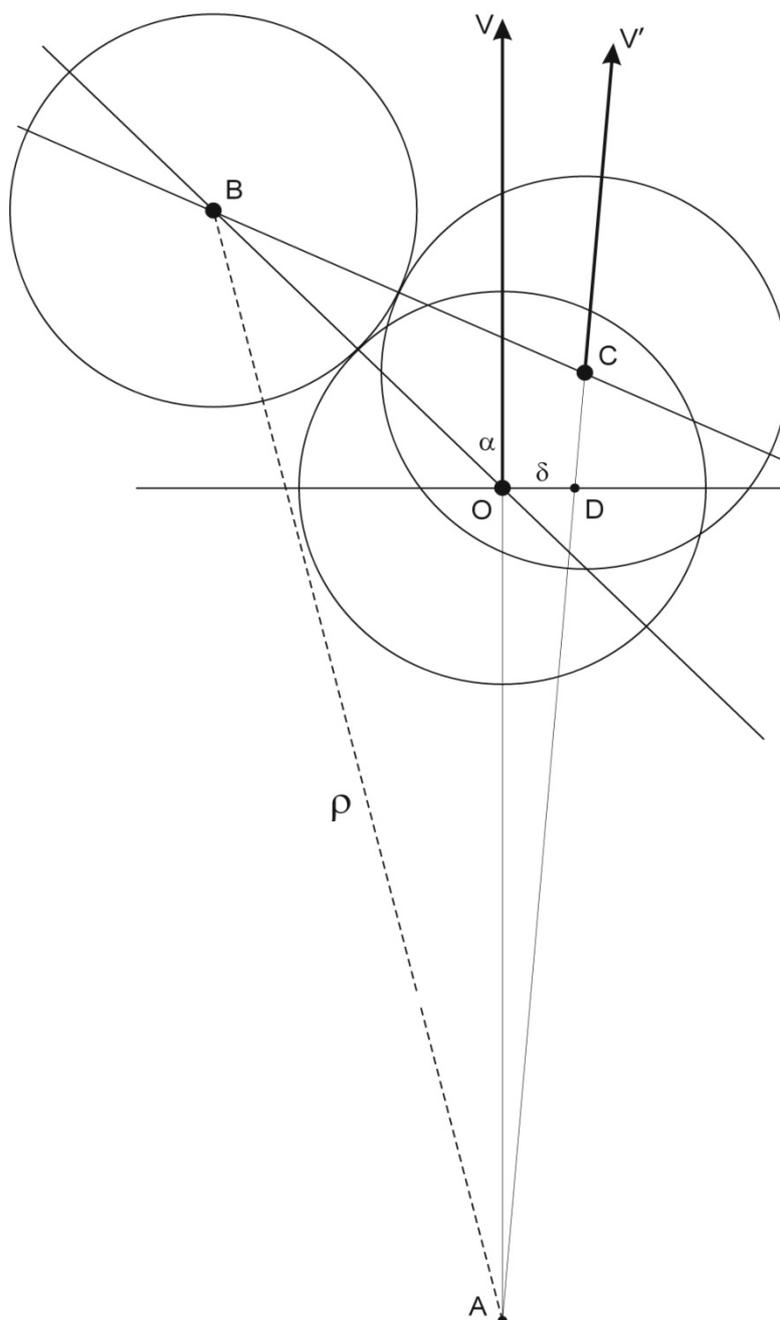


Рис.13. Соударение шаров – номинальный случай и случай перерезки.

Вследствие допущенной ошибки  $\delta$ , реальная центральная линия соударения, проходящая через точки C и B, будет наклонена к номинальной центральной линии  $OB$  под углом  $\gamma = \angle OBC$ . Этот угол, зависящий от кривизны поверхностей шаров, будет порождать промах прицельного шара при движении к цели (обычно – к лузе). Выразим угол  $\gamma$  через радиус шаров  $R$ , угол резки  $\alpha$ , промах битка по прицельному шару  $\delta$  и начальное расстояние между шарами  $\rho$ , равное длине отрезка  $AB$  на рисунке 13. Из треугольника  $ABO$  по теореме синусов следует связь  $\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{2R}{\sin \angle BAO}$ , из которой можно найти угол  $BAO$ :

$$\angle BAO = \text{Arcsin} \left( \frac{2R \sin(180^\circ - \alpha)}{\rho} \right). \quad (16)$$

Соответственно, можно определить и угол  $ABO$ :  $\angle ABO = \alpha - \angle BAO$ . Применяя к этому же треугольнику  $ABO$  теорему косинусов, найдем зависимость  $AO^2 = \rho^2 + (2R)^2 - 2 \cdot \rho \cdot 2R \cdot \cos \angle ABO$ , из которой нетрудно определить длину отрезка  $AO$ . Зная величину  $AO$ , можно найти углы  $OAD$  и  $BAC$ :  $Tg \angle OAD = \delta / AO$ ;  $\angle BAC = \angle BAO + \angle OAD$ . Из треугольника  $BAC$  по теореме синусов следует  $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{2R}{\sin \angle BAC}$ , откуда можно найти угол  $ACB$ :

$$\angle ACB = \text{Arcsin} \left( \frac{\rho \sin \angle BAC}{2R} \right); \angle ACB \in (\pi/2, \pi). \quad (17)$$

Теперь нетрудно определить  $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB$  и искомый угол  $\gamma = \angle OBC = \angle ABC - \angle ABO$ .

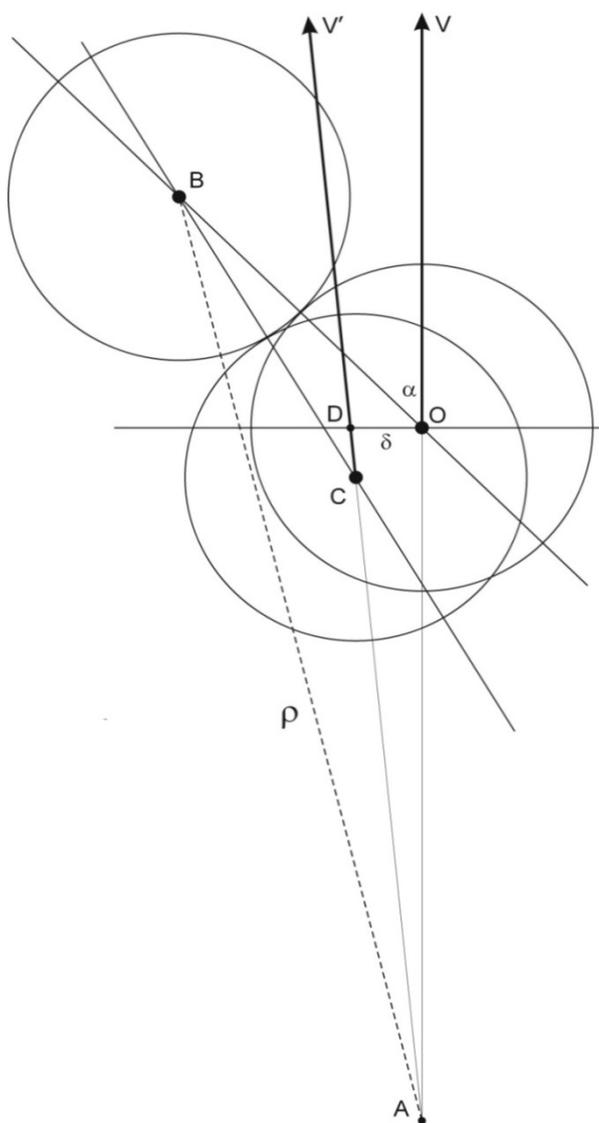


Рис.14. Соударение шаров – номинальный случай и случай недорезки.

Рассмотрим теперь рисунок 14, на котором представлены номинальная ситуация соударения и ситуация, соответствующая случаю «недорезки». При этом

реальный угол резки меньше номинальной величины  $\alpha$ . Выразим угол  $\gamma$ . Точно так же, как это было сделано выше, определим углы  $BAO$  и  $ABO$ , величину  $AO$  и угол  $OAD$ . Найдем угол  $BAC$ :  $\angle BAC = \angle BAO - \angle OAD$ . Согласно (17), определяется угол  $ACB$  и далее угол  $ABC$ :  $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB$ . Окончательно, искомый угол  $\gamma$  находится следующим образом:  $\gamma = \angle OBC = \angle ABO - \angle ABC$ .

Зная угол  $\gamma$ , нетрудно подсчитать промах прицельного шара (его отклонение от номинальной центральной линии соударения)  $\Delta$  на расстоянии  $S$  от начального местоположения:  $\Delta = S \cdot \text{Tg} \gamma$ . На рисунке 15 изображены зависимости  $\Delta$  от угла резки  $\alpha$ , рассчитанные при  $\rho = 1$  м;  $S = 1$  м;  $\delta = 1$  мм.

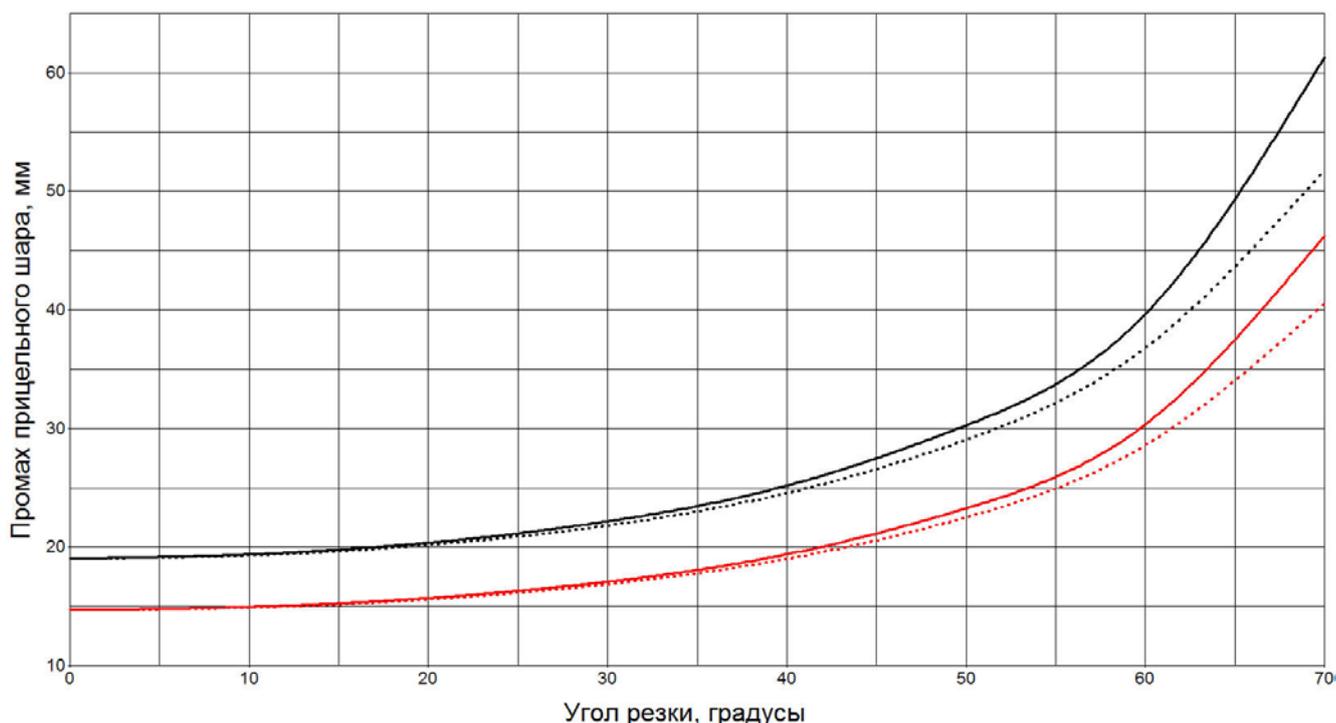


Рис.15. Русский Бильярд и Снукер: зависимости промаха прицельного шара  $\Delta$  от угла резки  $\alpha$ .

Линии красного цвета соответствуют шарам для Русского Бильярда с радиусом 34 мм, а линии черного цвета – шарам для игры в Снукер, у которых  $R = 26.25$  мм. Зависимости, представленные непрерывными линиями, получены для случаев перерезки, а штриховыми линиями – для случаев недорезки. Нетрудно видеть, что с ростом угла  $\alpha$  величины  $\Delta$  возрастают. Особенно явно эта тенденция проявляется при резках  $\alpha > 45^\circ$ .

Из рисунка 15 наглядно видно, что промахи  $\Delta$  для шаров, используемых в Снукере, существенно превышают промахи, соответствующие шарам для Русского Бильярда. Например, ошибка удара  $\delta$ , равная одному миллиметру, при ударе в половину шара в Русском Бильярде приводит к промаху прицельного шара на дальности  $S = 1$  м, составляющему  $\Delta = 17$  мм. А такая же ошибка в Снукере влечет за собой промах  $\Delta = 22$  мм. Для сравнения игровых строгостей столов интересны относительные промахи, равные отношениям величин  $\Delta$ , соответствующих Русскому Бильярду  $\Delta_{РБ}$  и Снукеру  $\Delta_{С}$ :  $K_{С} = \Delta_{РБ} / \Delta_{С}$ . Зависимости коэффициента  $K_{С}$  от  $\alpha$  представлены на рисунке 16. Для проведения оценочных расчетов можно полагать  $K_{С}$  постоянной величиной. Например, можно считать, что  $K_{С} \approx 0.772$ .

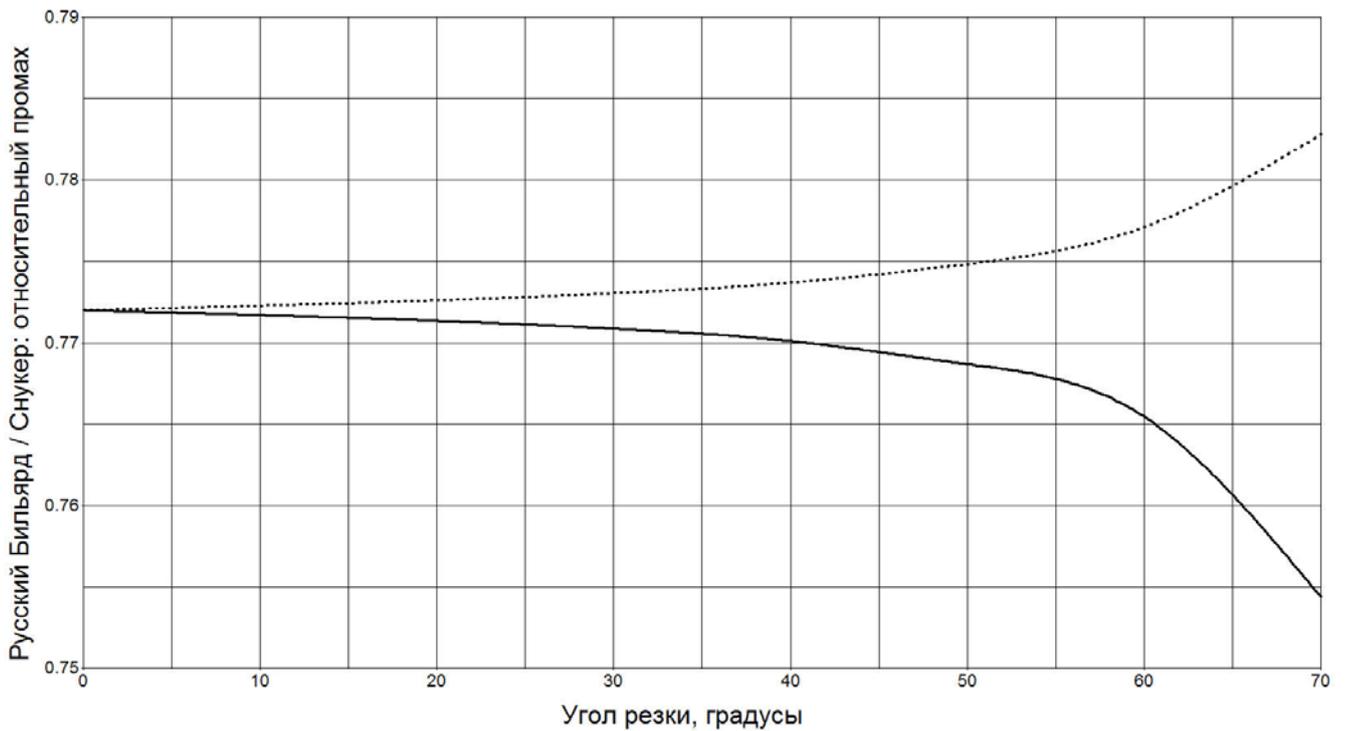


Рис.16. Русский Бильярд и Снукер: зависимость относительного промаха от угла резки  $\alpha$ .

На рисунке 17 представлены результаты расчета зависимости  $\Delta$  от начальной дальности между шарами  $\rho$ . При вычислениях полагалось, что соударение происходит в половину шара, то есть при  $\alpha = 30^\circ$ . По рисунку отчетливо видно, что влиянием величины  $\rho$  на значение  $\Delta$  можно пренебрегать.

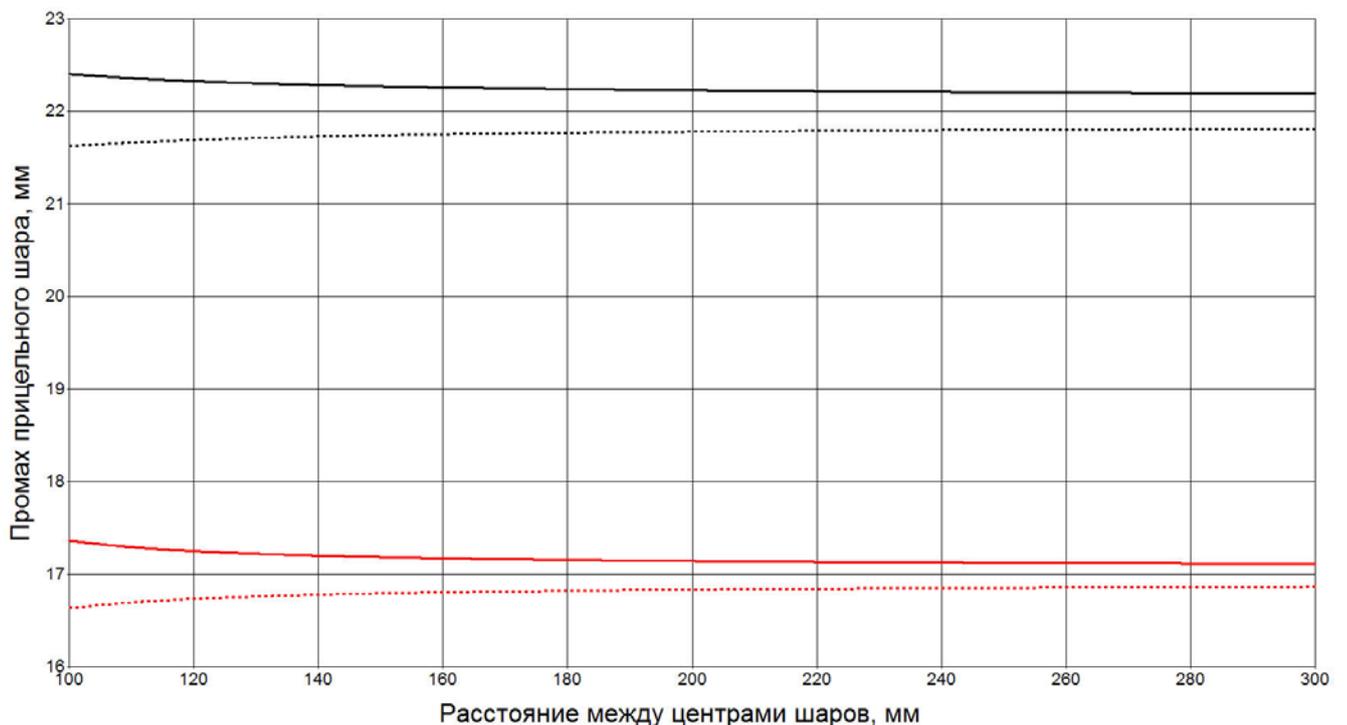


Рис.17. Зависимость промаха прицельного шара от начального расстояния между шарами.

Аналогичные расчеты были проведены и для сравнения столов для Русского Бильярда и Пула. При вычислениях полагалось, что радиус шаров для игры в Пул

составляет 28.575 мм. На рисунке 18 изображены зависимости  $\Delta$  от  $\alpha$ , а на рисунке 19 – зависимости  $K_{\Pi} = \Delta_{\text{РБ}} / \Delta_{\text{П}}$  от  $\alpha$ . Нетрудно видеть, что можно полагать  $K_{\Pi} \approx 0.841$ .

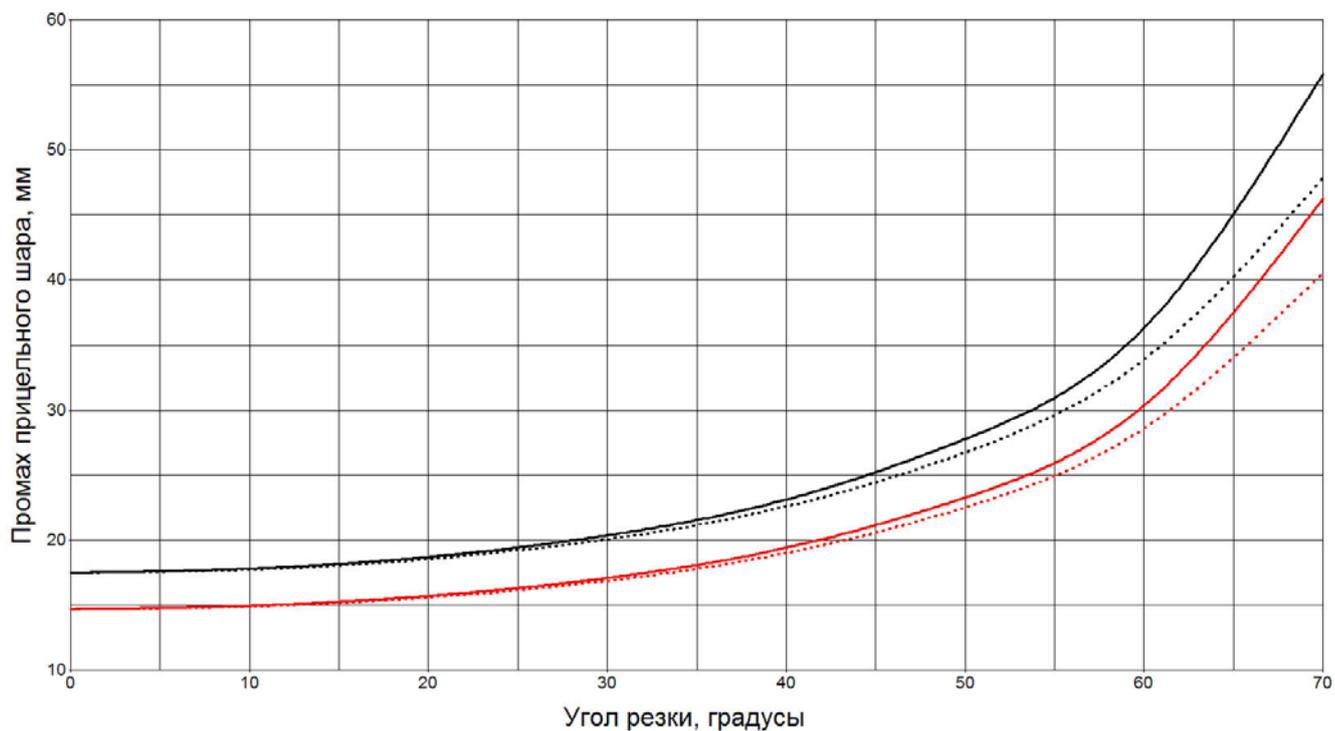


Рис.18. Русский Бильярд и Пул: зависимости промаха прицельного шара  $\Delta$  от угла резки  $\alpha$ .

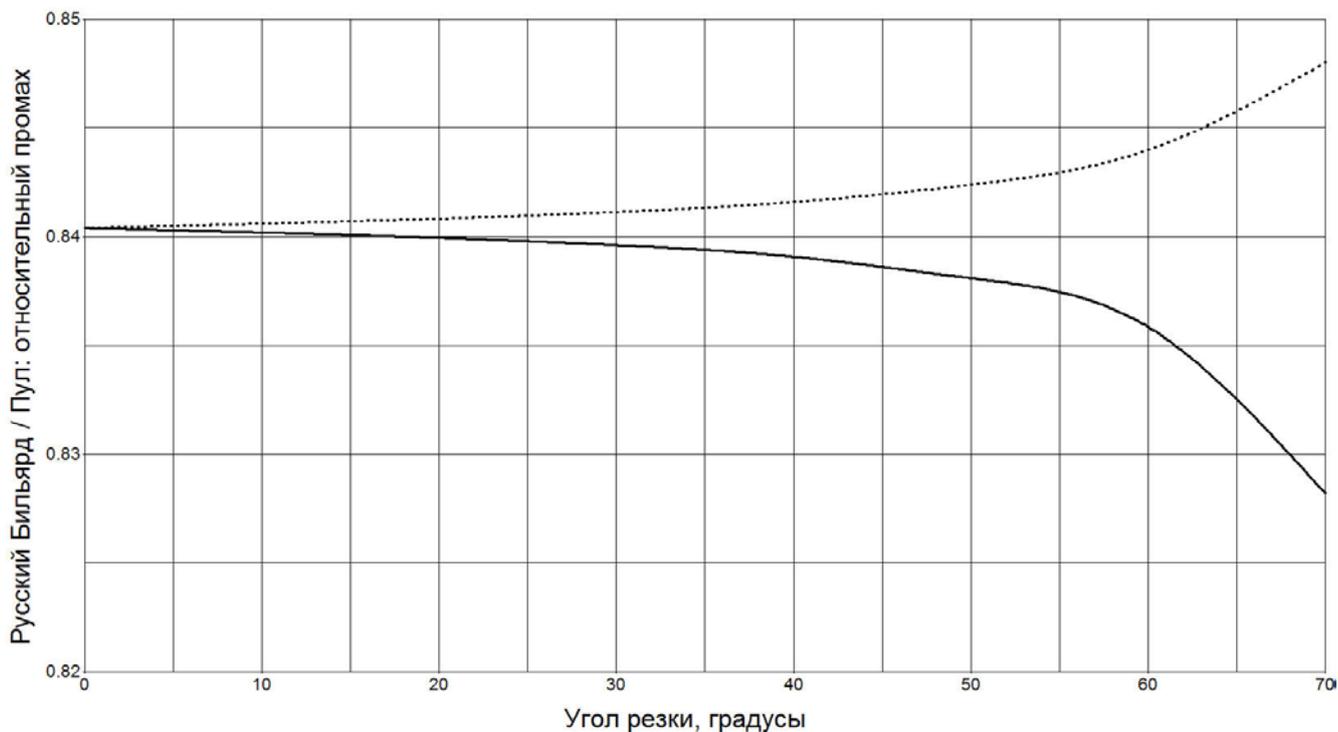


Рис.16. Русский Бильярд и Пул: зависимость относительного промаха от угла резки  $\alpha$ .

В первой части работы были найдены коэффициенты относительной строгости бильярдных столов (см. таблицу 2). Так, строгость стола для Русского Бильярда по отношению к столу для Снукера характеризовалась коэффициентом  $C_C \approx 1.492$ . По отношению же к столу для Пула был найден коэффициент  $C_{\Pi} \approx 1.907$ .

Используя эти коэффициенты, с помощью величин  $K_C$  и  $K_{\Pi}$  можно рассчитать более реалистичные строгости столов:  $C'_C = C_C \cdot K_C = 1.492 \cdot 0.772 \approx 1.15$ ;  $C'_{\Pi} = C_{\Pi} \cdot K_{\Pi} = 1.907 \cdot 0.841 \approx 1.6$ .

### **Вывод**

Стол для игры в Русский Бильярд строже стола для Снукера всего лишь примерно на 15 процентов. Строгость стола для Русского Бильярда превышает строгость стола для Пула примерно на 60 процентов. Полученные оценки дают представление об относительных строгостях бильярдных столов, значительно отличающиеся от бытующих стереотипов.