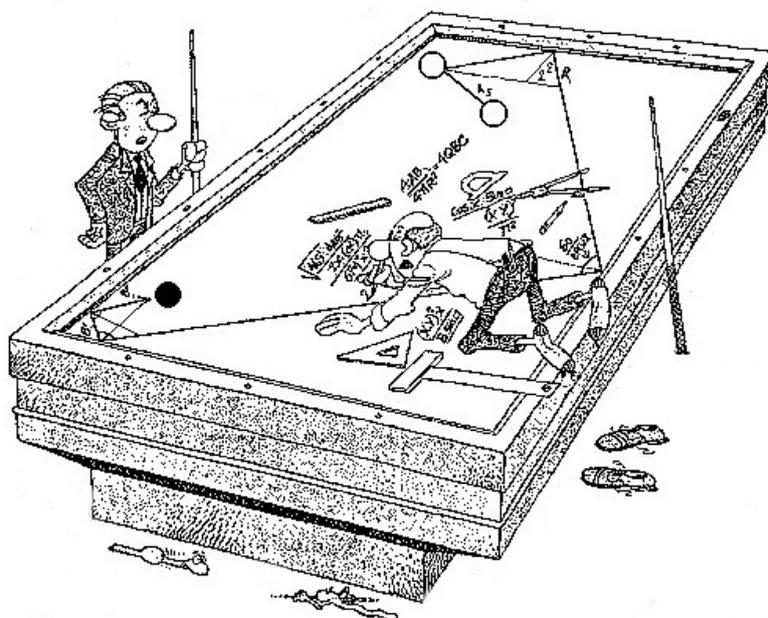


Сергей Тихонов

Численное оценивание сложности выполнения результативных атакующих ударов в бильярдной игре

Ноябрь, 2016



Всего лишь несколько лет назад мне казалось, что российские любители бильярда с интересом и даже с удовольствием будут изучать теорию игры, если она будет преподноситься в доступном для них виде. В частности, я полагал, что тем, кто не имеет высшего образования, очень хочется постичь премудрости эпохального труда Кориолиса, но они просто не в состоянии этого сделать – ведь в их головах не заложено знаний по дифференциальному и интегральному исчислению. И чтобы помочь этим людям всё-таки прочитать книгу Кориолиса и понять вытекающие из неё основные выводы, я переработал материал, изложенный французским учёным, упростил его, изъял всё то, чего не проходят в школьном курсе математики, дополнил разжёванными на пальцах выводами. То, что получилось у меня в итоге, было озаглавлено [«Математическая теория бильярда Г.Кориолиса в популярном изложении»](#) и размещено в Сети в свободном доступе. Но вот ведь какая вышла петрушка – до сих пор почти никто так и не читает теорию Кориолиса в упрощенном виде, а те, кто всё-таки попытался это сделать, откровенно признавались в том, что даже такой материал для них неподъёмен. В конце концов я пришёл к выводу: как только в статье или книге по бильярду появляются формулы, пиши пропало – знакомиться с материалом будет лишь очень ограниченный круг людей, а для целой армии любителей игры всё это не будет представлять интереса. Более того, кто-то из этой серой массы попытается ещё и умничать – дескать, в бильярд играют не с помощью формул. Ну что тут скажешь? Получается как в том старом анекдоте, где говорится: «А что тут думать? Трясти надо!»

То, что было изложено в предыдущем абзаце, я включил в текст вовсе не для того, чтобы в очередной раз «пройтись» по недоучившемуся большинству любителей игры и прочим воинствующим недотёпам. Передо мной встал вопрос, – «А что же делать с немалым количеством формул, которые я просто никак не могу изъять из текста статьи, приведённой ниже? Ведь при наличии формул читать-то не будут даже введение и выводы!» В итоге, я решил пойти на компромисс – оставить в тексте все формулы, но написать ещё и резюме, в котором в нескольких предложениях и на пальцах объяснить – о чём эта статья и для чего могут быть нужны сформулированные в ней теоретические результаты. Авось кто-то прочтёт хоть эту выжимку, да и уразумеет.

Резюме

Приведенная ниже статья преследует две цели: ① – представить читателям критерий, позволяющий численно оценивать сложность результативного выполнения атакующих ударов, в которых прицельный шар направляется в лузу бильярдного стола; ② – привести математические соотношения, с помощью которых можно вычислять значение указанного критерия для любого взаимного расположения битка, прицельного шара и створа атакующей лузы.

В качестве критерия предложено принять расчётную величину бокового отклонения битка от намеченной траектории, превышение которой приводит к тому, что прицельный шар не попадает в лузу; при этом предполагается, что это боковое отклонение выражается в миллиметрах и рассчитывается при перемещении битка на один метр от начальной позиции. Иными словами, критерий выражает тот максимальный промах в боковом направлении, который при выполнении удара может допустить игрок на дальности в один метр, и при этом атака всё ещё будет результативной. Таким образом, чем больше значение критерия, тем легче игроку выполнить результативный удар. При формулировании критерия учтены все основные факторы, влияющие на сложность результативного выполнения удара: удаление прицельного шара от битка, толщина необходимой резки, расстояние от прицельного шара до лузы, угол подхода шара к лузному створу.

Полученные расчётные соотношения весьма просты, их можно использовать для проведения вычислений в режиме реального времени. Расчёт значения критерия можно выполнить для любой игровой позиции, если при этом известны координаты положений битка, прицельного шара и губок атакующей лузы. Расчётный алгоритм включает в себя исследование двух случаев, при которых атака лузы принципиально не может быть результативной из-за: а) невозможности направить прицельный шар к лузе даже с помощью предельно тонкой резки; б) недостаточной «открытости» створа при подходе шара к нему по траекториям, удалённым от биссектрисы лузного створа.

Предложенный критерий и алгоритм численного оценивания сложности атакующих ударов могут найти практическое применение: а) в виде сетевого интерактивного сервиса – для анализа позиций, формирования тренировочных ударов заданной сложности, оценивания уровня игрового мастерства; б) при разработке компьютерных программ для реалистичного симулирования бильярдной игры; в) для создания программного обеспечения, реализующего формирование и вывод на экран компьютерной графики при телевизионных трансляциях игры в бильярд.

Введение

На мой взгляд, в теории бильярда уже давным-давно назрела и даже успела перезреть необходимость разобраться в том, как можно объективно оценивать сложность атакующих ударов для любых возникающих в игре взаимных расположений битка, прицельного шара и лузы, в которую предполагается отправить этот прицельный шар. И речь идёт о таких оценках, которые для каждого удара основаны на вычислении некоторого численного значения критерия, позволяющего именно **объективно** судить о том, насколько труден или лёгок тот или иной удар. В противоположность такому подходу, среди игроков, да и некоторых теоретиков бильярда тоже, до сих пор повсеместно бытуют субъективные «горе-оценки», из которых и вынести-то ничего путного не представляется никакой возможности. К

примеру, что можно услышать в ответ, если спросить не у кого попало, а у действительно мастеровитого игрока – насколько сложно забить прицельный шар в лузу в конкретной игровой позиции на столе? Скорее всего, набор возможных ответов будет примерно таким: «шар – дармовой», «фифти-фифти», «непростой удар», «очень трудный шар, я бы его не бил» или «космос». Ну и что ценного можно вынести для себя из такого набора штампованных ответов-отговорок? Что, собственно говоря, на деле означает каждый из них? По мне, это – всего лишь пустая болтовня и не более того. Справедливости ради нужно сказать, что гораздо реже, но всё же иногда с уст отвечающих могут слететь более ёмкие, чем приведенные выше, оценки. Например, кто-то может молвить: «Возьмусь забить такой шар не менее m раз за n ударов». Действительно, это уже – некоторое подобие численной оценки, которое говорит за себя гораздо более ёмко, чем ответы типа перечисленных выше. Но, с одной и стороны, как ни крути, это – всего лишь субъективная оценка, а с другой – в практическом плане её можно приложить лишь для анализа мастерства конкретного игрока или его способностей развести собеседника на лёгкие деньги, а не в качестве характеристики сложившейся игровой позиции.

Отсутствие на сегодняшний день методики численного оценивания сложности выполнения результативных атакующих ударов связано вовсе не со сложностью её создания. Действительно, ничего особо загадочного, трудно разрешимого или требующего дополнительных исследований в этом нет. Просто, если в современном отечественном бильярде, уже долгие годы находящемся в состоянии глубокой стагнации, не наблюдается никакой заинтересованности даже в разумном совершенствовании игрового инвентаря и создании правил для новых игр, достойных славного названия Русский Биллиард, то уж мыслей о развитии «какой-то там ещё теории» почти ни у кого даже и не возникает. Ну а за рубежом, где лузный бильярд широко представлен по всему миру такими разновидностями игры, как Снукер и Пул, особой надобности в обсуждаемом численном оценивании большинство теоретиков бильярда до сих пор не обнаруживали. Они полагают, что игровая основа Снукара и Пула заключена, прежде всего, в умении игроков строить грамотные выходы, то есть в искусстве управления движением битка, а не в умении отправлять прицельные шары точно в лузы. Не погружаясь здесь в обсуждение тонкостей забугорного бильярда, скажу, что не вполне разделяю подобную позицию, занятую иностранными специалистами, особенно – развивающими теорию игры в Снукер. И всё же, несмотря на сказанное выше, некоторые из зарубежных теоретиков в разные годы предпринимали отдельные попытки исследовать движение прицельного шара после не вполне точного попадания по нему битком. В частности, в 2008 году исследователь из Тайваня Чунь-Хао Тэн опубликовал свою работу [«Математический анализ бильярдных игр: коэффициент усиления, устойчивость траектории шара и шаблон для оценки игрового мастерства»](#), посвящённую численному оцениванию сложности выполнения удара, приводящего к попаданию прицельного шара в лузу (в 2014 году в Сети был размещён [перевод этой статьи на русский язык](#)). Перейдём к рассмотрению результатов, полученных Чунь-Хао Тэном, которые будут использованы в дальнейшем.

Коэффициент усиления

В своей работе Чунь-Хао Тэн рассматривал динамическую систему, состоящую из двух контактирующих шаров – битка и прицельного шара, который после соударения направляется в лузу бильярдного стола. Обратимся к рисунку 1,

на котором биток представлен в двух положениях – перед выполнением удара кием (при этом его центр располагается в точке C) и в момент соударения с прицельным шаром (в этом положении центр битка обозначен символом C'). Центр прицельного шара, неподвижного до соударения с битком, находится в точке O . Тот факт, что биток прямолинейно перемещается между точками C и C' , подчеркивается изображённым вектором поступательной скорости шара V . Основные углы в рассматриваемой системе шаров определяются относительно линии, проходящей через точки C и O , в силу чего она называется **реперной**. Угол θ между реперной линией и траекторией битка, направленной от точки C к точке C' , называется **углом прицеливания**. Линию, проходящую через центры шаров C' и O в момент их контакта, будем именовать **центральной линией соударения**. Когда прицеливание выполнено верно, и биток направлен точно по запланированной траектории, проходящей через точки C и C' , центральная линия соударения направлена в **прицельную точку атакуемой лузы** T (способ определения её местоположения будет отдельно рассмотрен ниже). Угол ϕ между реперной линией и центральной линией соударения полностью определяется взаимным расположением шаров при их соударении, и поэтому называется **углом соударения**.

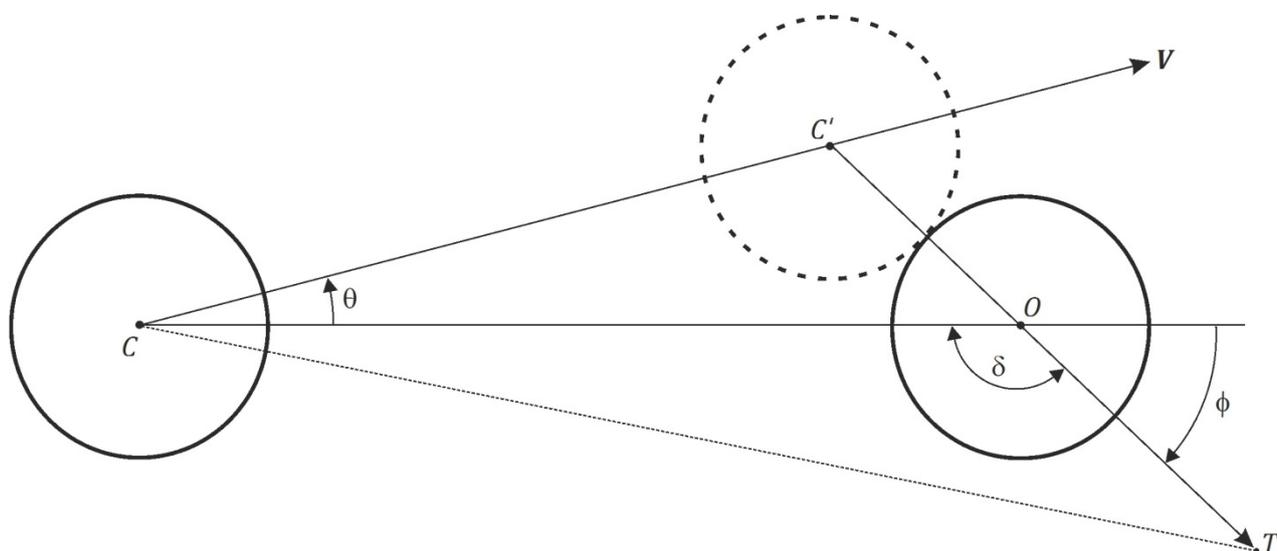


Рис.1. Взаимное расположение шаров до удара и при соударении.

В дальнейшем будем полагать, что точные местоположения точек C , O и T известны. Например, не нарушая общности рассуждений, можно считать, что мы располагаем координатами $X_C, X_O, X_T, Y_C, Y_O, Y_T$ в некоторой прямоугольной системе координат XU , начало которой может быть расположено в любой точке поверхности стола. Представляется, что при дальнейшем рассмотрении весьма «удобным» месторасположением начала этой системы является точка пересечения рабочих кромок ближнего длинного и левого короткого бортов в створе угловой лузы, если смотреть на стол со стороны длинного борта и сверху. При таком выборе, координаты X и Y **любой** рассматриваемой точки игровой поверхности будут положительными, что действительно удобно для анализа.

Зная координаты точек C , O и T , можно легко вычислить начальное расстояние между шарами L (расстояние между точками C и O), удаление ρ_{OT} от точки O до T , а также расстояние ρ_{CT} между точками C и T :

$$L = \sqrt{(X_O - X_C)^2 + (Y_O - Y_C)^2}, \quad (1)$$

$$\rho_{OT} = \sqrt{(X_O - X_T)^2 + (Y_O - Y_T)^2}, \quad (2)$$

$$\rho_{CT} = \sqrt{(X_C - X_T)^2 + (Y_C - Y_T)^2}. \quad (3)$$

С помощью найденных расстояний можно определить угол δ , а за ним – и угол соударения ϕ . Величина δ вычисляется из треугольника COT с помощью теоремы косинусов:

$$\cos \delta = (L^2 + \rho_{OT}^2 - \rho_{CT}^2) / (2L\rho_{OT}). \quad (4)$$

По рисунку 1 нетрудно понять, что для всех взаимных расположений шаров и лузы, когда её атака прицельным шаром возможна, угол δ располагается в пределах между 90° и 180° (при $\delta = 180^\circ$ удар на резке «вырождается» в прямой удар). Кроме того, ϕ и δ совместно оставляют развёрнутый угол, а это значит, что

$$\phi = \pi - \delta. \quad (5)$$

Понятно, что атака сможет быть успешной далеко не для всех взаимных расположений битка, прицельного шара и лузы. Во многих случаях игрок никоим образом не сможет срезать прицельный шар в требуемом направлении, ведь для этого просто не будет хватать даже самой экстремальной резки. Иными словами, иногда даже при самых тонких резках, когда соударение шаров происходит практически вскользь, направить прицельный шар к конкретной лузе невозможно. Чтобы однозначно понять – сможет ли шар теоретически переместиться к лузе, необходимо рассмотреть предельный случай соударения (на самой тонкой из возможных резок). При этом из треугольника $CC'O$, угол $CC'O$ которого становится прямым, тривиально определяется максимально достижимый угол соударения ϕ_m :

$$\phi_m = \arccos(2R / L), \quad (6)$$

где R – радиус бильярдного шара. И окончательно – угол ϕ_m , вычисленный по формуле (6), сравнивается с углом ϕ , определённым согласно (5). Если оказывается, что $\phi_m < \phi$, то успешная атака лузы прямым ударом (без касаний с прочими шарами и/или бортами) теоретически невозможна.

Снова обратим внимание на рисунок 1 и используем треугольник $CC'O$, чтобы определить угол прицеливания θ . Для этого сначала вычислим расстояние между точками C и C' , привлекая теорему косинусов:

$$\rho_{CC'} = \sqrt{L^2 - 2LR \cos \phi + 4R^2}. \quad (7)$$

Ну а теперь, используя теорему синусов, из того же треугольника нетрудно найти выражение для определения угла θ :

$$\sin \theta = 2R \sin \phi / \rho_{CC'} . \quad (8)$$

Необходимо отметить, что в качестве меры удалённости шаров друг от друга выше использовалась традиционная характеристика – расстояние между центрами шаров L , рассчитываемое согласно соотношению (1). Вместо этого, Чунь-Хао Тэн пользовался несколько специфичным параметром – количеством бильярдных шаров P , которые можно вплотную разметить по прямой линии между битком и прицельным шаром. Таким образом, величины P и L связаны между собой соотношением

$$P = (L - 2R) / 2R . \quad (9)$$

Исходя из приведенного выше определения, ясно, что величина P вовсе не должна быть целой. А это сразу же ставит под сомнение целесообразность введения её в рассмотрение вместо L .

Основной результат, полученный Чунь-Хао Тэном, состоит в том, что удалось найти функциональную связь между вариациями углов прицеливания θ и соударения ϕ . Оказалось, что справедлива зависимость следующего вида:

$$|\Delta\phi| = K |\Delta\theta| . \quad (10)$$

Здесь $|\Delta\phi|$ и $|\Delta\theta|$ представляют собой абсолютные величины вариаций углов соударения и прицеливания, соответственно; K – **коэффициент усиления**, рассчитываемый по формуле

$$K = \left| 1 - (P + 1) \cos \theta / \sqrt{1 - (P + 1)^2 \sin^2 \theta} \right| . \quad (11)$$

Связь (10) говорит о том, что если угол прицеливания θ по каким-либо причинам изменится (уменьшится или увеличится) на величину $|\Delta\theta|$, то это автоматически приведёт к вариации угла соударения ϕ на величину $|\Delta\phi|$, равную произведению вариации $|\Delta\theta|$ и коэффициента усиления K . Если бы коэффициент усиления являлся постоянной величиной, то зависимость между вариациями углов формально была бы линейной или, как нередко говорят, пропорциональной. Для ударов на малых резках, когда углы прицеливания θ невелики, коэффициент усиления действительно меняется очень слабо и близок к величине P . В общем же случае, из (11) ясно видна существенно нелинейная зависимость величины K от угла θ .

По своей сути, коэффициент усиления представляет собой первую производную угла соударения по углу прицеливания. Это значит, что величина K определяет чувствительность изменения направленности траектории движения прицельного шара после соударения с битком, угол прицеливания которого варьируется. Иными словами, можно сказать, что коэффициент усиления характеризует то, насколько сильно будет отклоняться траектория прицельного шара от ожидаемого игроком направления, если биток будет пущен не точно, а с некоторой угловой ошибкой $|\Delta\theta|$. В этом смысле коэффициент усиления может рассматриваться как характеристика сложности выполнения результативного

атакующего удара: чем больше значение K , тем труднее отправить прицельный шар точно в лузу. Именно поэтому Чунь-Хао Тэн и предложил считать величину коэффициента усиления в качестве критерия, численно оценивающего сложность удара для заданного взаимного расположения битка, прицельного шара и атакуемой лузы.

Предложив применять указанный выше критерий для расчёта численной оценки трудности удара, Чунь-Хао Тэн, по сути, поставил точку в своих исследованиях по этой теме. Однако, учёный упустил из внимания ещё один важнейший фактор, также влияющий на сложность выполнения результативного удара. С одной стороны, он учёл – как линия OT располагается по отношению к реперной линии, но с другой, он не задумался о том, как на сложность удара влияет расположение этой же линии OT по отношению к створу лузы. Поясню сказанное на простом примере. Допустим, рассматривается исходное расположение шаров и лузы, при котором выполняется удар на малой резке. Это означает, что угол прицеливания близок к нулю, а коэффициент усиления, рассчитываемый по соотношению (11), будет мал. Согласно представлениям Чунь-Хао Тэна, отсюда следует, что удар вовсе не будет сложным. И это действительно окажется так, если траектория прицельного шара будет проходить недалеко от биссектрисы лузы. Но совсем иной будет реальная оценка, если прицельный шар будет двигаться к лузе по траектории, наклонённой под малым углом к борту, образующему лузный створ. В таких случаях сложность успешного выполнения удара резко возрастёт, а иногда результативность окажется и вовсе недостижимой, хотя коэффициент усиления при этом и будет мал. Из сказанного становится ясно, что для оценки сложности удара нужно использовать не коэффициент усиления, а иной критерий. Один из возможных критериев будет предложен ниже. При этом соотношения для расчёта коэффициента усиления, приведённые выше, будут использованы как составная часть алгоритма вычисления численного значения этого критерия.

Однако, прежде чем переходить к последующему изложению, следует сделать некоторые замечания. Рассматривая систему шаров, Чунь-Хао Тэн считал, что принимаемые углами прицеливания и соударения значения **всегда** имеют разные знаки: если угол θ положителен, то ϕ при этом отрицателен и наоборот. И полагал он так потому, что отсчитывал оба этих угла от реперной линии. В итоге, при таком подходе даже и не возникал вопрос о том, какая резка будет использована при ударе – левая или правая (при левой резке игрок целится левее видимого центра прицельного шара, а при правой – правее). В расчётах Чунь-Хао Тэна направление резки определялось практически автоматически: при $\theta < 0$ требуется левая резка, а при $\theta > 0$ – правая (соответственно, при $\theta = 0$ удар является прямым – «в лоб»). Такое оказывалось возможным потому, что величина угла θ и его знак полагались известными до начала расчётов. В рассматриваемом же нами общем случае, когда исходными данными являются лишь координаты точек C , O и T , при вычислениях мы полагали углы θ и ϕ положительными (см. соотношения (5), (8)). В итоге, вопрос о направленности резки до сих пор остался открытым. Снимем здесь завесу недосказанности. Для того чтобы выяснить направление резки, временно введём в рассмотрение дополнительную прямоугольную систему координат $X''Y''$, начало которой поместим в центр покоящегося перед ударом битка C . Ось Y'' направим по линии CO , считая положительным направление от битка к прицельному шару. В итоге, дополнительная система координат будет не только смещена относительно исходной системы, но и повернута по часовой стрелке на угол α , определяемый следующими соотношениями:

$$\sin \alpha = (X_O - X_C) / L, \cos \alpha = (Y_O - Y_C) / L. \quad (12)$$

С помощью (12) можно вычислить координаты точки T в дополнительной системе координат:

$$X_T'' = (X_T - X_C) \cos \alpha - (Y_T - Y_C) \sin \alpha, \quad (13)$$

$$Y_T'' = (X_T - X_C) \sin \alpha + (Y_T - Y_C) \cos \alpha. \quad (14)$$

Теперь определить направление резки уже не составит никакого труда: если координата X_T'' окажется положительной, то при ударе необходима левая резка, а если величина X_T'' будет отрицательной, то это будет соответствовать правой резке.

Оценивание сложности входа прицельного шара в лузный створ

Геометрия входа прицельного шара в створ лузы была подробно рассмотрена в первой части статьи «[Строгость бильярдного стола для Русского Бильярда](#)». Поэтому, чтобы не городить огород заново, имеет смысл по максимуму воспользоваться материалами из этой статьи.

подавляющее большинство атак луз прицельным шаром таково, что траектории этого шара проходят не в непосредственной близости от биссектрисы лузы, делящей пополам весь лузный створ на две равные части. А это значит, что при достижении прицельным шаром створа, губки лузы играют неравнозначную роль – возможное отражение шара от ближней по ходу губки кардинально отличается по последствиям от отражения после соударения с дальней губкой. Ввиду того, что столы для игры в современный отечественный бильярд производятся с губками луз, имеющими довольно-таки острую форму, касание шаром ближней губки практически неизбежно приводит к нерезультативному окончанию атаки. В связи с этим, будем полагать, что после соприкосновения с ближней губкой лузы шар может попасть внутрь створа, только если этот контакт произошёл вскользь. Соприкосновение же с дальней губкой будем считать возможным и в виде «плотного» контакта; но при этом для попадания шара в лузу должно быть выполнено следующее необходимое (однако, всё же недостаточное) условие: ширина проекции шара, приходящейся в сторону створа, должна превышать радиус шара. То, насколько для успешного окончания атаки эта ширина должна превосходить величину R , зависит от ряда факторов. В частности известно, что вероятность попадания шара внутрь лузы после соприкосновения с дальней губкой значительно повышается при уменьшении силы удара (иначе говоря – при снижении поступательной скорости прицельного шара в момент контакта с губкой). Весьма значительно на допустимую ширину проекции шара на створ влияет и форма губок на конкретном рассматриваемом столе – ведь не секрет, что унификацией параметров современное российское бильярдное оборудование похвастаться явно не может, и один стол порой разительно отличается от другого. Исходя из этого, будем полагать, что перед оцениванием сложности выполнения атакующих ударов на конкретном столе исследователь должен задаться определённым значением величины ξ , равной минимально допустимому отношению ширины проекции шара, приходящейся на лузный створ, к диаметру шара. Иными словами, ξ представляет собой долю диаметра шара, которая при его соприкосновении с дальней губкой находится со стороны створа лузы. Понятно, что для попадания шара внутрь лузы должно

выполняться ограничение $0.5 < \xi \leq 1$. При соударении с дальней губкой в половину шара соблюдается условие $\xi = 0.5$, а случай $\xi = 1$ соответствует соприкосновению шара с дальней губкой вскользь.

Обратимся к рисунку 2, на котором использованы следующие обозначения: B – ближняя (к начальному положению прицельного шара, отмеченному, как и ранее, точкой O) губка лузы; D – дальняя губка лузы; $BD = H$ – ширина створа лузы. Обозначим через $\rho_B = OB$ расстояние от точки O до ближней губки, а через $\rho_D = OD$ – расстояние от точки O до дальней губки лузы. Пусть X_B, X_D, Y_B, Y_D – координаты X и Y точек B и D в той же самой системе координат, которая выше использовалась для позиционирования битка и прицельного шара. Найдём величины ρ_B и ρ_D :

$$\rho_B = \sqrt{(X_O - X_B)^2 + (Y_O - Y_B)^2}, \quad (15)$$

$$\rho_D = \sqrt{(X_O - X_D)^2 + (Y_O - Y_D)^2}. \quad (16)$$

Определим угол γ_Σ между направлениями из точки O на губки лузы. Для этого, из треугольника OBD по теореме косинусов получим

$$H^2 = \rho_B^2 + \rho_D^2 - 2 \rho_B \rho_D \cos \gamma_\Sigma,$$

а отсюда

$$\gamma_\Sigma = \text{Arccos} \left((\rho_B^2 + \rho_D^2 - H^2) / 2 \rho_B \rho_D \right). \quad (17)$$

Из рисунка 2 видно, что

$$\gamma_\Sigma = \gamma + \gamma_B + \gamma_D, \quad (18)$$

$$\gamma_B = \text{Arctg} (R / \rho_B). \quad (19)$$

Найдём угол γ_D :

$$\sin \gamma_D = DE / \rho_D = (2R\xi - R) / \rho_D. \quad (20)$$

Окончательно, из (18) определим угол γ :

$$\gamma = \gamma_\Sigma - \gamma_B - \gamma_D, \quad (21)$$

где γ_Σ и γ_B можно найти с помощью (17) и (19), а γ_D вычислить, пользуясь соотношением (20).

Угол γ косвенно характеризует строгость рассматриваемой лузы по отношению к конкретному начальному положению прицельного шара. Он определяет ту зону игровой поверхности, внутри которой должна располагаться траектория шара, чтобы он имел возможность попасть внутрь лузы. Чем больше угол γ , тем шире указанная зона. Угол γ можно трактовать и как параметр, определяющий угловые ошибки в движении шара, допустимые для того, чтобы он все-таки имел возможность проникнуть внутрь лузного створа. Именно это и будет сделано ниже при формировании критерия, оценивающего сложность выполнения результативного удара.

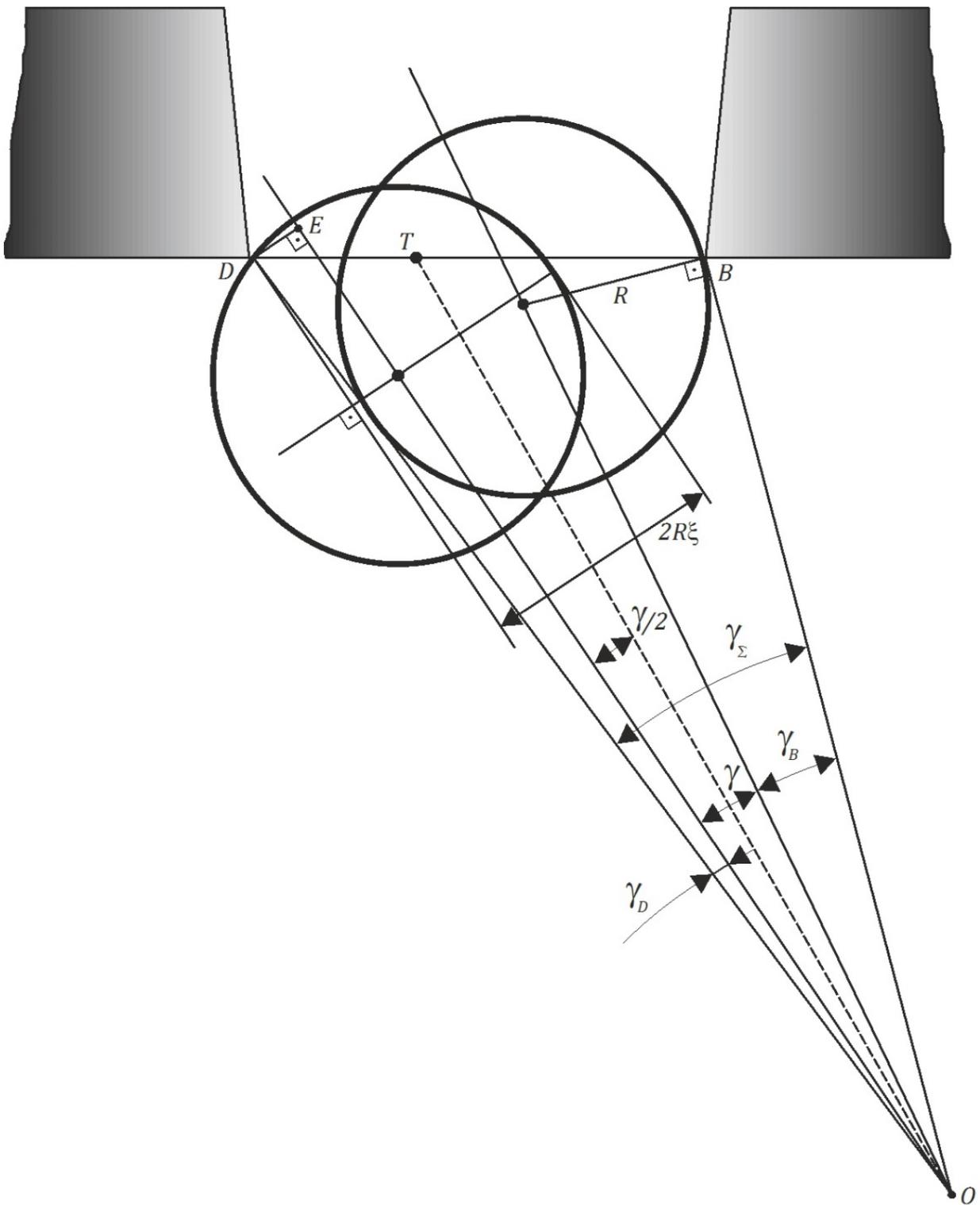


Рис.2. Геометрия входа шара в лузу после соприкосновения с ближней губкой вскользь и после плотного контакта с дальней губкой.

На бильярдном столе есть немало областей, перемещаясь из которых прицельный шар никоим образом не сможет «протиснуться» внутрь конкретной лузы. Чтобы определить, возможна ли теоретически успешная атака или нет, рассмотрим рисунок 3, на котором изображён случай подхода шара к лузе по траектории, максимально близкой к ближней губке – с касанием её вскользь.

В случаях, когда прицельный шар всё-таки может попасть внутрь лузы (если неравенство (22) не выполняется), знание величины угла γ , вычисленного согласно (21), позволяет определить местоположение прицельной точки лузы T , находящейся на линии BD между губками B и D . Повторно обратимся к рисунку 2 и сначала обратим внимание на штриховую линию OT . Она проведена точно посередине коридора, в котором могут располагаться траектории прицельного шара, приводящие к успешной атаке лузы. Ширина этого коридора, как отмечалось выше, ограничена углом γ . А это значит, что угловое удаление линии OT от внешних границ коридора составляет $\gamma/2$. Таким образом, линия OT представляет собой некоторую базовую траекторию, максимально близко к которой игроку следует стремиться направить прицельный шар. Не погружаясь в частности, скажу, что добиваться этого игрок может по-разному. Например, придавая битку боковое вращение «правильной» направленности и интенсивности, можно достигать того, что при соударении между шарами не будет возникать сила трения. В результате, эффект бокового отброса прицельного шара не будет проявляться, а сам шар будет двигаться по прямолинейной траектории, совпадающей с линией OT . Другой способ, используемый рядом игроков, состоит в том, что при выполнении удара угол прицеливания немного корректируется в сторону увеличения. Вследствие этого, отброс прицельного шара компенсируется за счёт более тонкого контакта шаров при соударении, и прицельный шар при этом перемещается в непосредственной близости к линии OT .

Вернёмся к определению положения точки T , для чего рассмотрим треугольник ODB . Из него с помощью теоремы синусов нетрудно найти выражение, согласно которому определяется угол ODB :

$$\sin \angle ODB = \rho_B \sin \gamma_\Sigma / H .$$

Теперь можно найти углы DBO :

$$\angle DBO = \pi - \gamma_\Sigma - \angle ODB \quad (24)$$

и OTB :

$$\angle OTB = \pi - \angle DBO - \gamma_B - \gamma/2 .$$

Наконец, та же теорема синусов, применённая к треугольнику OTB , позволяет определить длину отрезка TB :

$$TB = \rho_B \sin (\gamma_B + \gamma/2) / \sin (\pi - \angle DBO - \gamma_B - \gamma/2) . \quad (25)$$

При наличии же величины TB и координат губок лузы, вычисление координат прицельной точки лузы T становится тривиальным – как для средних, так и для угловых луз.

Критерий для оценки сложности выполнения результативных ударов

В предыдущем разделе были получены соотношения для определения угла γ . Величину, равную половине этого угла, ниже будем рассматривать как предельно допустимое угловое отклонение $|\Delta\phi|_{max}$ угла соударения ϕ от своего номинального

значения, при котором траектория прицельного шара направляется точно в прицельную точку атакуемой лузы T :

$$|\Delta\phi|_{max} = \gamma/2. \quad (26)$$

Указанная **допустимость** отклонения угла ϕ означает, что если вследствие нанесённого удара будет выполнено условие $|\Delta\phi| \leq |\Delta\phi|_{max}$, то удар окажется результативным, а при $|\Delta\phi| > |\Delta\phi|_{max}$ последует промах.

Подставим вместо $|\Delta\phi|$ в соотношение (10) предельное значение $|\Delta\phi|_{max}$, определённое равенством (26), и в результате выразим предельно допустимое отклонение угла прицеливания θ при выполнении удара:

$$|\Delta\theta|_{max} = |\Delta\phi|_{max} / K = \gamma / 2K. \quad (27)$$

Принципиально, в качестве критерия, численно оценивающего сложность результативного выполнения анализируемого удара, можно было бы и рассматривать найденную величину $|\Delta\theta|_{max}$. Однако, на мой взгляд, большинству людей такой критерий будет неудобен для осмысления, ведь величина $|\Delta\theta|_{max}$ выражается в угловых единицах – градусах или, что ещё непривычнее большинству людей, в радианах. Ну, скажите – что Вам говорит, например, максимально допустимое отклонение угла прицеливания, составляющее половину градуса? Много это или мало? А вот, если допустимые угловые отклонения пересчитать в допустимые ошибки бокового смещения битка, то такие погрешности выполнения удара уже будет можно «почувствовать на ощупь».

Первое, что приходит на ум с учётом сказанного выше – **в момент соударения шаров** следует определить максимально допустимую величину бокового смещения битка, вызванного тем, что при выполнении удара игрок ошибается, и угол прицеливания отличается от своего номинального значения на величину $|\Delta\theta|_{max}$. Однако, в таком подходе изначально заложена методическая ошибка: критерий должен оценивать **любые** удары с единых позиций; расстояние же от начального положения битка до места соударения с прицельным шаром для разных ударов может значительно отличаться, что при одинаковых угловых ошибках, допущенных игроком, будет приводить к совершенно разным боковым отклонениям. Выход из такого затруднения видится в том, что в оценках следует пользоваться максимально допустимой величиной бокового смещения битка, рассчитанной на таком **условном** расстоянии,ходимом битком от начального местоположения, которое на практике будет знакомо и абсолютно понятно **всем** игрокам. Например, в качестве такого условного расстояния можно принять дальность от третьей точки стола до середины дальнего короткого борта – с самых первых осознанных шагов в бильярде игроки знакомятся с ударами, в которых биток направляется с точки «пирамиды» по осевой линии стола. Однако, значительное удаление точки первого соударения битка (в данном случае – с бортом) от начального положения позволяет далеко не всем игрокам чётко увидеть (и, соответственно, визуально закрепить в памяти) реальное боковое смещение битка на таком условном расстоянии. Мне представляется, что для практики более удобно принять величину условного расстояния, равную одному метру. С одной стороны, смещение шара на таком условном расстоянии можно без особых затруднений пересчитать в уме в соответствующее смещение на любом другом интересующем расстоянии. А с другой стороны, практически все люди имеют довольно точное

визуальное представление о том, что собой представляет длина, равная одному метру.

Выразим вычисляемую в миллиметрах максимально допустимую величину бокового смещения битка J , определяемую на условном расстоянии, равном одному метру:

$$J = 1000 \sin |\Delta\theta|_{max} = 1000 \sin (\gamma / 2K) . \quad (28)$$

Окончательно, в качестве обсуждаемого критерия примем величину J , определяемую соотношением (28). Согласно сказанному выше, численное значение этого критерия показывает – насколько миллиметров в боковом направлении от расчётной точки прицеливания может максимально отклониться биток, пройдя условное расстояние, равное одному метру, чтобы при этом атака лузы всё ещё оставалась результативной. Чем большее числовое значение принимает критерий J , тем игроку проще успешно выполнить атакующий удар.

Проанализируем соотношение (28). Так как углы γ невелики, а величина коэффициента усиления практически всегда превышает единицу (для большинства игровых позиций это – многократное превышение), угол $\gamma / 2K$ можно считать небольшим. В свою очередь, это означает, что можно воспользоваться приближительным равенством $\sin (\gamma / 2K) \approx \gamma / 2K$. Следовательно, величина критерия, численно оценивающего сложность выполнения атакующих ударов на бильярде, прямо пропорциональна углу γ и обратно пропорциональна коэффициенту усиления K . Параметры γ и K вносят свой вклад в то численное значение, которое для каждой рассматриваемой игровой позиции принимает критерий J , на паритетной основе. При этом величина угла γ отражает сложность успешного завершения атакующего удара в зависимости от удалённости прицельного шара и лузы, а также от того, насколько просторен для шара вход в эту лузу. Коэффициент же K учитывает то, насколько велика или мала резка, а также насколько далеко биток отстоит от прицельного шара.

Практическое применение численного оценивания сложности ударов

Даже после беглого ознакомления с изложенным выше материалом, не говоря уже о его тщательном изучении, следует сделать однозначный вывод: чтобы получить численную оценку сложности успешного выполнения атакующего удара, нужно **всего лишь** выполнить ряд **элементарных** математических действий. Действительно, при этом понадобится воспользоваться лишь арифметическими и тригонометрическими операциями, которым обучают в школе. Ну а кто из нас не учился в школе? Другое дело, что очень многие так и не смогли впитать в свой мозг самые элементарные понятия. Складывать и вычитать у них, пусть и с грехом пополам, ещё получается, а вот с умножением, а тем более – делением, уже всё далеко не просто. Ну а что же говорить о тангенсах и каких-то там арккосинусах, когда даже операции взведения в степень и извлечения корня могут стать непреодолимым барьером? В общем, приходится констатировать, что у подавляющего большинства наших любителей бильярда – просто беда с багажом знаний. И это – одна из основных причин того, что желание самообразовываться, да и даже просто что-то читать (по бильярдной тематике, в частности), у них напрочь отсутствует. А если это так, то как же, всё-таки, донести до этой массы людей (кстати, всерьёз полагающих, что с уровнем интеллекта у них всё «пучком») что-то

новое, развиваемое в теории бильярда? Как можно показать и объяснить что-то этим людям, если они, едва заведя краем глаза любую простейшую формулу, сразу же сторонятся теории, как чёрт ладана? Правильным ответом мне представляется такой: большинство современных любителей бильярда в нашей стране способны воспринимать новое в теории, если только не будет видно всех этих «ненавистных им» формул, если расчёты будут производиться где-то в стороне от глаз, если «на блюдечке с голубой каёмочкой» перед ними будет являться лишь конечный результат; и наибольший успех будет достигаться, если этот конечный результат будет выдавать на-гора какой-нибудь гаджет или электронная игрушка.

Наиболее просто и быстро проверить работоспособность приведенного выше расчётного алгоритма можно с помощью сервиса так называемых электронных таблиц (реализуемого, например, известной программой *Microsoft Excel*). Действительно, при этом не нужно самостоятельно создавать специальную компьютерную программу или нудно и долго нажимать на кнопки калькулятора. За «фасадом» электронной таблицы, пример которой показан на рисунке 4, реализованы расчёты по представленным в статье формулам. Пользователю лишь необходимо вручную ввести исходные данные (координаты губок атакуемой лузы, ширину её створа, радиус бильярдного шара, параметр возможности входа шара в лузу после соприкосновения с дальней губкой ξ , координаты битка и прицельного шара), после чего весь расчёт производится автоматически, а его результаты выводятся на экран. Если пользователю почему-либо хочется что-то изменить в исходных данных, он исправляет содержимое соответствующей ячейки таблицы, и на экране сразу же появляются результаты обновлённого расчёта. Быстро и удобно, не правда ли? Только, такой инструмент вряд ли будет воспринят большинством любителей бильярда – слишком уж много чисел и буквенных обозначений будет мелькать перед их глазами. К тому же, есть ещё один весьма важный аспект: непонятно как в распоряжении пользователей окажутся координаты шаров. Даже представить невозможно, как кто-то из них будет ходить с рулеткой вокруг стола и измерять удаления шаров от бортов – а чтобы по-другому «обзавестись» необходимыми координатами, нужно, как ни крути, обладать определёнными знаниями и умениями. Если с координатами губок можно кого-то попросить помочь один-единственный раз, то с шарами вопрос подвисает в воздухе. Подводя итог, следует сказать определённо: расчёт сложности выполнения ударов с помощью электронных таблиц обречён на неприятие со стороны подавляющего большинства российских любителей бильярда.

Ну а что же тогда делать? Какое практическое применение обсуждаемого численного оценивания может быть положительно воспринято бильярдным сообществом? Кратко поделюсь своими соображениями по этому поводу.

1. Сетевой интерактивный сервис.

Не сомневаюсь в том, что даже для не самого продвинутого программиста не станет за пределами сложной задача создания сервиса, подобного реализованному на ряде сайтов в Интернете, например – [здесь](#). Речь идёт о предоставлении интерактивного доступа к изображению бильярдного стола, на котором расположены биток и прицельный шар (см. рисунок 5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Средняя луза				Шар		Допустимый контакт с дальней губкой		
2	Левая губка		Правая губка		Створ				
3	X _{left}	Y _{left}	X _{right}	Y _{right}	H	R	ξ		
4	1734	1750	1816	1750	82	34	0,67		
5	Биток и прицельный шар								
6	X _c	Y _c	X _o	Y _o					
7	464,353	698,359	1714,033	1544,893					
8	Выявление ближней и дальней губки								
9	P _{left}	P _{right}	Left = B ?	X _b	Y _b	X _d	Y _d	P _b	P _d
10	206,076594	229,054907	1	1734	1750	1816	1750	206,0766	229,0549
11	Тест на возможность захода шара в створ								
12	W	2Rξ	W >= 2Rξ?						
13	79,1848883	45,56	Створ открыт						
14	Расчёт углов γ								
15	γ _c	γ _c , град	γ _b	γ _b , град	γ _d	γ _d , град	γ	γ, град	
16	0,364314	20,8736548	0,1635142	9,3686711	0,05049	2,892847	0,15031	8,612137	
17	Определение положения прицельной точки лузы								
18	< DBO	< DBO, град	TB	X _T	Y _T				
19	0,0970434	5,56017746	51,598998	1785,599	1750				
20	Основной расчёт								
21	L	P _{от}	P _{ст}	δ	δ, град	φ	φ, град		
22	1509,41045	217,233914	1688,6799	2,50190599	143,3487	0,639687	36,6513		
23				Контрольный тест на величину угла δ > 90 град ?			Успешно		
24	Тест на достаточность максимально возможной резки								
25	φ _m	φ _m , град	φ _m >= φ?						
26	1,52573037	87,4179111	Резка достаточна						
27	P _{cc}	θ	θ, град	P	K				
28	1483,44116	0,02736695	1,568011	21,197213	26,9316				
29	Определение направления резки								
30	Sin α	Cos α	X ^{'''} _T	Y ^{'''} _T	X ^{'''} _T > 0 ?				
31	0,82792589	0,56083751	-129,6765	1683,6935	Правая резка				
32	Критерий оценки сложности результирующего удара								
33	Δφ _{max}	Δφ _{max} , град	Δθ _{max}	Δθ _{max} , град	J, мм				
34	0,07515507	4,30606858	0,0027906	0,1598889	2,79058				

Рис.4. Расчёт сложности успешного выполнения атакующего удара с помощью электронной таблицы.

H	R	ξ	X _c	Y _c	X _o	Y _o
82	34	0,67	464,353	698,359	1714,033	1544,89
φ, град	θ, град	P	K	γ, град	Δθ _{max} , град	J, мм
36,65	1,57	21,2	26,93	8,61	0,16	2,79

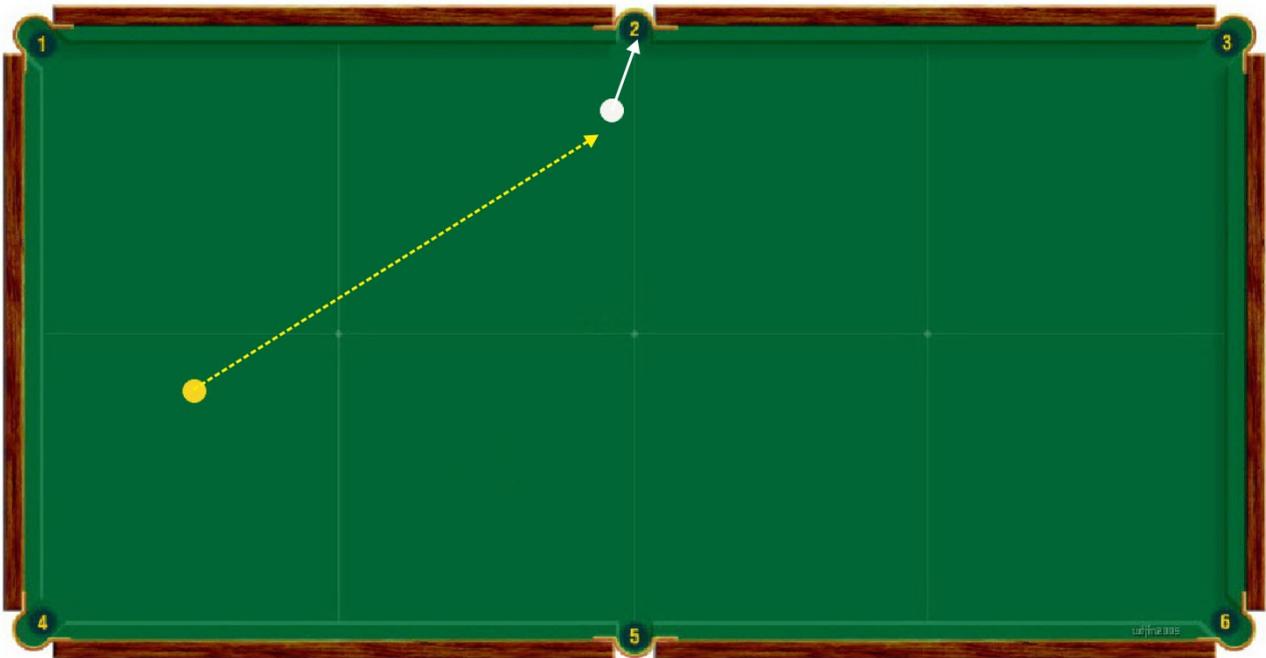


Рис.5. Интерактивный сервис для численного оценивания сложности успешного выполнения удара с атакой средней лузы. Игровая позиция №1.

Положения центральных точек шаров программно отслеживаются и заносятся в ячейки X_c, Y_c, X_o, Y_o верхнего ряда таблицы, расположенной сверху от плана стола. Там же пользователю необходимо задать ещё три простые величины – H, R и ξ , что, конечно же, не должно составить труда. После того, как исходные данные введены, сервис автоматически производит расчёт, вычисляет искомое значение критерия J и выводит его на экран (на рисунке это сделано в крайней правой ячейке нижнего ряда таблицы; слева от величины J справочно выведены и сопутствующие рассчитанные значения $\phi, \theta, P, K, \gamma, |\Delta\theta|_{max}$). Помимо численных значений, на экран выводятся приблизительные траектории битка и прицельного шара – думается, при наличии этих прямых линий сервис становится более наглядным. Во всяком случае, это сразу же позволяет увидеть направление резки при соударении шаров. В случае, если результаты расчёта говорят о том, что успешная атака лузы невозможна, на экран выводится соответствующее предупреждающее сообщение с указанием причины (недостаточность экстремальной резки или невозможность попадания шара внутрь лузы вследствие приближения к створу под значительным углом).

При пользовании сервисом предоставляется возможность по своему усмотрению перемещать на игровой поверхности (пользуясь механическим манипулятором «мышь») биток (жёлтого цвета) и/или прицельный шар. В задачи сервиса входит отслеживание перемещения шаров, определение координат точек их местоположения и вывод этих координат на экран. Если пользователь хочет задать координаты шаров более точно, он может это сделать не «мышью», а вводя координаты с клавиатуры непосредственно в ячейки таблицы. Пример расчёта для удара при изменённом местоположении шаров показан на рисунке 6.

H	R	ξ	X_c	Y_c	X_o	Y_o
82	34	0,67	2400,13	480,746	2000,5	1107,28
ϕ , град	θ , град	P	K	γ , град	$ \Delta\theta _{max}$, град	J , мм
12,28	1,16	9,93	10,21	2,64	0,12	2,26

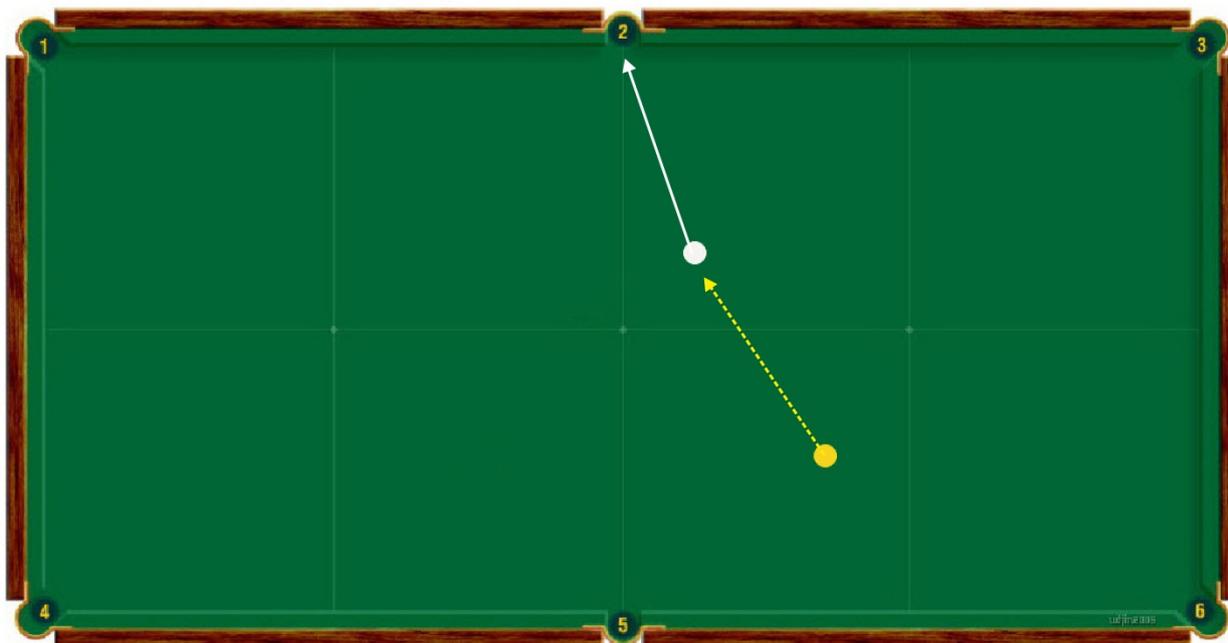


Рис.6. Интерактивный сервис для численного оценивания сложности успешного выполнения удара с атакой средней лузы. Игровая позиция №2.

Кстати замечу, что сравнивая результаты расчётов по двум приведенным выше позициям, можно заключить, что они близки по сложности атаки: в первой позиции допускается боковая ошибка 2,79 мм в положении бита при его перемещении на один метр, а во второй такая ошибка составляет 2,26 мм. Однако при этом коэффициент усиления для первой позиции примерно в два с половиной раза больше, чем для второй. Сравнивая позиции и ориентируясь лишь на этот коэффициент, как рекомендовал Чунь-Хао Тэн, пользователь неминуемо пришёл бы к неверному выводу.

Применение сетевого интерактивного сервиса может быть полезно для различных целей. **Во-первых**, такой сервис сродни компьютерной игрушке. Не сомневаюсь, что даже просто играясь с ней, любители бильярда смогут открыть для себя не только много нового, но и даже неожиданного. Полагаю, что представления многих игроков о сравнении сложности различных ударов далеки от того, что есть на самом деле. Думаю также, что ряд любителей с удивлением обнаружит немало игровых позиций, из которых успешная атака просто нереальна, хотя в их головах долгое время «покоились» иные представления. **Во-вторых**, интерактивный сервис может быть очень полезен для формирования тренировочных позиций с ударами требуемой сложности. В основном, в этом заинтересованы тренеры, готовящие для своих учеников персональные задания, учитывающие индивидуальные особенности обучающихся. Но это вовсе не означает того, что в меру разумный игрок не может подыскивать определённые наборы ударов, чтобы самостоятельно отрабатывать их в тренировочном режиме. **В-третьих**, обсуждаемый сервис можно использовать для проведения расчётов и последующей обработки получаемых при этом данных, если в распоряжении пользователя имеется набор зафиксированных (с помощью видеосъёмки) положений шаров перед ударами, выполненными в реальной игре или при тренировке. Такие исследования могут помочь выявлять особенно неудобные для игроков игровые позиции, а также судить о достигнутом и проявленном в конкретной игре конкретными игроками уровне мастерства – как по результатам проведённых атак, так и по качеству серийного построения выходов. При наличии достаточно большой выборки положений шаров, для определения уровня мастерства и исследования влияния волнения игрока на результативность конкретных ударов уже можно будет применять статистические методы.

2. Компьютерные симуляторы бильярдной игры.

На сегодняшний день в мире создано столько программ, имитирующих процесс бильярдной игры, что далеко не у каждого человека найдётся достаточно свободного времени, чтобы всего лишь немного протестировать каждую из них на работоспособность. Естественно, большинство этих игр ориентировано на виды бильярда, пользующиеся особой популярностью за рубежом, но и наша отечественная разновидность игры, конечно же, не осталась обойдённой стороной. Бильярд в России в почёте не только среди многочисленных любителей, регулярно посещающих игровые клубы, но даже и у неиграющего населения. В стране проживает целая армия пользователей персональной компьютерной техники, которые не прочь время от времени побаловаться электронным бильярдом. Я хорошо помню, насколько наивными и даже неуклюжими были в прошлом веке первые появившиеся компьютерные бильярдные симуляторы. Но время шло, программирование быстро продвигалось вперёд, а вместе с ним шаг за шагом улучшались и игрушки-симуляторы. Менялся графический дизайн, траектории шаров

становились всё более похожими на то, что происходит на реальном бильярдном столе, подключались всё новые и новые опции – например, возможности изменения силы удара и придания битку разных вращений, а примитивные двумерные изображения уступали место 3D-эффектам ... Не растекаясь здесь дальше по древу, нужно констатировать, что современные бильярдные симуляторы – интересные и достойные внимания программы, способные доставлять удовольствие тем, кто погружается в процесс игры. Но это вовсе не означает того, что дальнейшие усовершенствования подобных программ не нужны. Нужны, ещё как нужны! И изложенный в этой статье алгоритм вычисления оценки сложности атакующих ударов вполне может быть адаптирован в программах-симуляторах. **Первое**, чего можно добиться за счёт включения сервиса численной оценки сложности ударов – предоставление пользователю возможности «изучать» сложившуюся перед ударом игровую позицию и по запросу получать численные оценки для тех возможных атакующих ударов, которые его заинтересуют. Мне представляется, что такая опция, реализуемая симулятором, поможет играющему полнее «включать» голову в процесс принятия решений. Заодно пользователь будет понемногу учиться и самой игре – ведь он будет получать и ментально обрабатывать информацию о том, насколько труден или прост тот или иной удар, а также о том, какой из сравниваемых ударов легче выполнить, а к какому вообще не следует подступаться. Но гораздо важнее, на мой взгляд, **второе** возможное усовершенствование, с помощью которого симуляцию можно сделать более реалистичной, более приближенной к тому, что происходит в настоящем бильярде. В реальной игре игрок не может действовать как робот, ему свойственно допускать ошибки. Даже если игрок абсолютно точно выполняет прицеливание (но и это не всегда происходит так), на выполнении ударного движения сказывается влияние различных случайных факторов. Это приводит к тому, что шары передвигаются по столу не совсем так, как прогнозирует игрок. Думается, что в игровой процесс, реализуемый симулятором, неплохо было бы включить влияние искажений углов прицеливания на движение шаров после удара; само же искажение можно реализовать, используя работу датчика «случайных» чисел. Результаты расчётов, выполняемых по изложенной в статье методике, можно использовать по-разному: либо при формировании случайных искажений угла прицеливания – в зависимости от численной оценки сложности удара, либо при выявлении последствий ошибок, допущенных игроком – определении факта промаха или попадания шара в лузу, а также при построении траекторий шаров, соответствующих исходу удара.

③. Компьютерная графика для телевизионных трансляций.

Тот, кто хоть раз видел телевизионную трансляцию какого-нибудь турнира по Снукеру, обязательно вспомнит, что время от времени вместо обычной TV-картинки на экран выводится сформированное с помощью компьютерной графики изображение бильярдного стола с шарами в текущей игровой позиции. Такое изображение можно легко поворачивать в любую сторону, наклонять относительно горизонта, укрупнять или уменьшать – чтобы показать зрителям особенности расположения шаров, доступные глазу свободно перемещающегося вокруг стола игрока, но недостаточно различимые на картинке, поступающей на экран телевизора с телекамеры. Когда перед принятием решения игрок задумывается, наступает самое удобное время для вывода на экран именно компьютерной графики. С помощью неё можно просто и наглядно показать зрителям суть раздумий игрока. Обычно заминка обусловлена тем, что в прямой видимости битка нет такого

прицельного шара, с которым нужно обеспечить соударение – на бильярдном сленге подобные позиции называют «снукером». Но не только в таких случаях серьёзно размышляют игроки – нередко бывает, что они анализируют позицию с точки зрения выбора конкретного прицельного шара для атаки; иногда пауза в игре связана и с выбором альтернативы – наносить конкретный атакующий удар или отказаться от атаки. Вот как раз в таких случаях для зрителей было бы интересно и познавательно, если бы на экране выделялись конкретные пары шаров (биток и прицельный шар) и выводилось рассчитанное значение критерия, оценивающего сложность успешного завершения атаки. Но почему же здесь я говорю о Снукере, а не о нашей отечественной разновидности бильярда? А потому, что упомянутая выше компьютерная графика пока реализована лишь у забугорных супостатов, а в наших телевизионных трансляциях ничего подобного до сих пор нет. Но это вовсе не значит, что нам такого сервиса не увидеть никогда; придёт время, и на нашей улице тоже будет праздник.

* * *
** ** **

Помимо указанных выше примеров практического применения численного оценивания сложности атакующих ударов, наверняка есть и другие. Так, например, интересное использование расчётов, представленных в этой статье, может найти место в создании электронных систем обучения бильярдной игре, а также при разработке роботизированных бильярдных систем.