С.Тихонов

Март, 2016

Характеристики баланса современных киёв

Не знаю доподлинно – почему, но почти все любители бильярда с истинно патологическим интересом обожают рассматривать, а если получится, то и опробовать чужие кии. Может, это происходит от врождённого стремления «помериться киями», может – человеческой натуре столь свойственно любопытство, а может – всему виной зачатки элементарной завистливости? Но факт остаётся фактом – стоит кому-то появиться в бильярдной с новым киём, как тут же вокруг возникает нездоровый интерес. С самых ранних дней своего увлечения бильярдом помню, что «традиционными» вопросами к обладателю кия были такие: «А из какого дерева сделан дрын? Сколько он весит? Кто – мастер-изготовитель? Ну и, конечно же – почём брал?» Но, помимо этого, правилами этикета предполагалось и обязательное выяснение баланса кия, то есть особый интерес почему-то вызывало удаление центра тяжести от оконечности инструмента (обычно – от бампера). Длина палки при этом, в большинстве случаев, была не интересна, а вот узнать баланс (желательно с точностью до половины сантиметра) было необходимо. Долгие годы я пытался объяснять многим своим знакомым, интересующимся бильярдом, что сама по себе величина баланса, рассматриваемая отдельно от прочих характеристик кия, ни о чём не говорит. Пытался «на пальцах» растолковать, что одинаковый баланс у киёв разной длины будет приводить к разным проявлениям инструментов в игре. Пытаться-то я пытался, но всё бесполезно – с утверждениями типа «баланс 42 лучше, чем 44» или «а у Сталева баланс-то XX, нужно бы и мне такой» можно столкнуться и по сей день.

Со временем я осознал, что баланс (естественно, вкупе с длиной кия) является довольно-таки примитивной характеристикой, и судить по ней об игровых качествах ударного инструмента затруднительно. На мой взгляд, в качестве более продвинутого параметра, характеризующего инерционные свойства кия (в совокупности с массой), выступает осевой момент инерции. А ещё более продвинутой характеристикой является зависимость, позволяющая узнать – какова масса любого мысленно «вырезанного» сегмента кия, интересующего исследователя. Например, такая зависимость может быть представлена графически или таблично в виде массы нарастающим итогом (от конца кия до требуемой точки) по всей длине кия. Однако, какой смысл говорить о продвинутых параметрах, пока с простейшей характеристикой – балансом – любители бильярда никак не могут вполне совладать? Поэтому, чтобы попытаться всё-таки разобраться, далее речь пойдёт только о «старом и добром» балансе; но поведу я эту речь под несколько непривычным углом зрения.

Чтобы оперировать одной, а не двумя характеристиками кия – его длиной и удалением центра тяжести от торца – воспользуемся применяемым в науке подходом, основанном на критериях физического подобия. Для этого введём в рассмотрение безразмерный параметр K, равный отношению удаления точки баланса от бампера кия L_{butt} к удалению точки баланса от наклейки L_{tip}:

$$K = L_{butt} \,/\, L_{tip} \,. \tag{1}$$

Назовём величину K ***параметром баланса***. Так как длина кия L, в соответствии с определениями величин L_{tip} и L_{butt}, есть не что иное, как их сумма

$$L = L_{tip} + L_{butt} \,, \tag{2}$$

то, зная K и L, можно легко определить L_{tip} и L_{butt}:

$$L_{tip} = \frac{L}{1+K} \,,\; L_{butt} = \frac{KL}{1+K} \,. \tag{3}$$

Согласно принципу подобия, два кия с разными длинами, но одинаковыми значениями критерия подобия, в качестве которого мы приняли параметр баланса K, можно рассматривать в качестве идентичных. Основываясь на таком подходе, можно не разделять, а рассматривать с одних и тех же позиций кии людей разных габаритов: взрослых мужчин, миниатюрных женщин и детей – все игровые инструменты будут «равноправны», если их характеристики оценивать с помощью единообразного параметра баланса K. Иначе говоря, речь идёт о том, что человек, держащий в игровой руке кий длиной, например, $L =$ 160 см и балансом $L_{butt} =$ 42 см, будет ощущать его так же, как и кий с характеристиками $L =$ 164 см, $L_{butt} =$ 43 см, ведь оба этих кия обладают почти одинаковыми параметрами баланса $K \approx$ 0.355.

Обратившись к объявлениям о продаже киёв, опубликованным за последние полтора года на сайте ЛЛБ, я узнал характеристики ста игровых инструментов, большинство из которых было создано известными мастерами-киёвщиками. Помимо этого, от одного из энтузиастов бильярда удалось получить информацию еще о восьмидесяти киях. Для вычисления параметров баланса каждого из них, в моём распоряжении оказались значения длин $L_i,\ i = \overline{1,180}$ и удалений точек баланса, измеренных от концов турняков $L_{butt_i},\ i = \overline{1,180}$. С помощью связей (1) и (2) можно элементарно получить формулу для расчёта искомых параметров баланса $K_i,\ i = \overline{1,180}$:

$$K_i = L_{butt_i} \,/\, \left(L_i - L_{butt_i}\right) . \tag{4}$$

Так как выборка киев была проведена случайным образом, а предоставленные мне характеристики игровых инструментов тоже могут рассматриваться как реализации случайных величин (в частности – с учётом ошибок проведённых измерений), то можно считать, что и величины K_i представляют собой выборку реализаций случайной величины K – параметра баланса всей совокупности современных киёв. Из всех величин K_i нетрудно выбрать наименьшее и наибольшее значения: K_{min} и K_{max}. На полученном отрезке [K_{min}, K_{max}] можно построить гистограмму случайной величины K; по своей сути, такая гистограмма является упрощённым графическим представлением плотности распределения вероятностей p величины K. Для этого указанный отрезок следует разделить на n частей, количество которых обычно определяется правилом Стёрджеса:

$$n = 1 + int\ (log_2 N)\ , \tag{5}$$

где $int\ (\ldots)$ – операция округления величины в скобках до целого значения; N – общее число реализаций случайной величины K, в нашем случае равное 180. С помощью значения n определяется ширина δ каждой из равновеликих частей, на которые делится рассматриваемый отрезок $[K_{min}, K_{max}]$:

$$\delta = (K_{max} - K_{min})\ /\ n\ . \tag{6}$$

Таким образом, из исходного отрезка получаются n частей: $n-1$ полуинтервалов $[K_{min}, \quad K_{min} + \delta)$; $[K_{min} + \delta, \quad K_{min} + 2\delta)$; $[K_{min} + 2\delta, \quad K_{min} + 3\delta)$ … и один заключительный отрезок $[K_{max} - \delta, K_{max}]$. С помощью анализа выборки K_i, $i = \overline{1, N}$ находится частота p_j попаданий реализаций величины K в каждую из этих частей:

$$p_j = N_j\ /\ N,\ j = \overline{1, n}\ , \tag{7}$$

где N_j – количество реализаций, принадлежащих j–ой части.

Зная величины p_j, уже можно построить гистограмму – столбчатый график, на котором каждая из величин p_j соответствует конкретному интервалу значений K. Но на мой взгляд, гораздо более наглядным, чем гистограмма, является график зависимости частот p_j от значений параметра баланса, подсчитанных для середин n частей, составляющих отрезок $[K_{min}, K_{max}]$. Такой график представлен ломаной линией синего цвета на рисунке 1. Как отмечалось выше, по сути эта линия приближённо изображает зависимость плотности распределения вероятностей параметра баланса игровых киёв K.

Нетрудно заметить, что зависимость $p(K)$, представленная на рисунке 1, напоминает график плотности вероятностей случайной величины, распределённой по гауссовскому закону, или, как говорят иначе – нормально распределённой случайной величины. Для этой зависимости не составляет труда определить среднее значение параметра баланса:

$$K_{middle} = (K_{max} + K_{min})\ /\ 2, \tag{8}$$

а обрабатывая весь массив данных K_i, $i = \overline{1, N}$ можно рассчитать математическое ожидание параметра баланса:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (K_i). \tag{9}$$

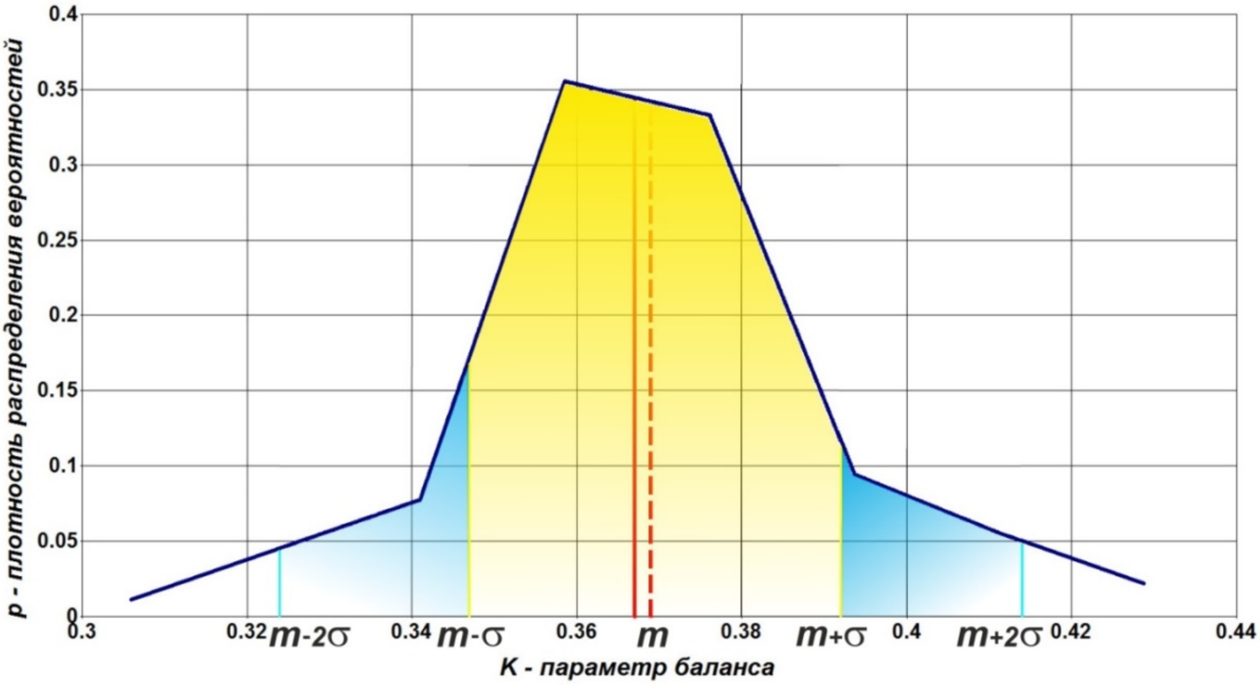

Рис.1. Приближённое представление плотности распределения вероятностей параметра баланса киёв

С помощью расчётов по формулам (8), (9) были определены значения $K_{middle} =$ 0.367 и $m =$ 0.369. На рисунке 1 через точку $K = K_{middle}$ проведена вертикальная сплошная линия красного цвета, а через точку $K = m$ – вертикальная красная пунктирная линия. Нетрудно заметить, что $m > K_{middle}$, а это свидетельствует о том, что весь график не является симметричным относительно среднего значения K_{middle}, он смещён в сторону больших значений K. Со своей стороны, большие значения K соответствуют так называемому «переднему» балансу кия. Известно, что кии с передним балансом предпочтительнее для выполнения атак луз прицельным шаром, или, как это обычно говорят – для сыгрывания чужих шаров. Таким образом, обработка статистических данных и построение плотности распределения вероятностей параметра баланса позволили выяснить, что на сегодняшний день рынок игровых киёв перекошен в сторону инструментов, больше подходящих для игры «колотильщикам», предпочитающим «насиловать» лузы, а не игрокам, исповедующим позиционную игру с тонким контролем движения битка.

Чтобы оценить разброс значений параметра баланса K относительно его математического ожидания m, следует вычислить среднеквадратичное отклонение случайной величины K. Для этого применяется статистическая обработка массива данных K_i, $i = \overline{1, N}$. Сначала вычисляется дисперсия D параметра баланса:

$$D = [\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} ({K_i}^2) - m^2] \frac{N}{N-1}, \quad (10)$$

а следом – и среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{D}\,. \tag{11}$$

Для используемой в расчётах выборки характеристик киёв эта величина получилась равной $\sigma = 0.022521$.

Так как исследуемое распределение весьма сходно с нормальным распределением, то логично будет воспользоваться свойствами последнего. В частности известно, что для него 68% из всех величин параметра баланса K попадают в интервал значений ($m - \sigma$, $m + \sigma$). А это значит, что такие величины K близки к среднестатистическим, и их можно причислять к типовым; иными словами, кии с такими величинами параметра баланса можно считать типичными. На рисунке 1 зона подобных киёв закрашена жёлтым цветом, а выполненные расчёты показали, что она ограничена значениями K от 0.347 до 0.392. При этом математическое ожидание m получилось равным 0.369042 ≈ 0.369. Для тех, кто оценивает кий, такая величина говорит о следующем: чем ближе параметр баланса кия к величине 0.369, тем ближе рассматриваемый кий к среднестатистическому. Соответственно, чем больше отличается величина K от 0.369, тем явственней проявляются особенности переднего баланса (при приближении к 0.392) или заднего баланса (в случаях приближения к 0.347).

Помимо указанного, нормальное распределение характеризуется и тем, что 95% из всех величин параметра баланса K попадают в интервал значений ($m - 2\sigma$, $m + 2\sigma$). Следовательно, в интервалы ($m - 2\sigma$, $m - \sigma$) и ($m + \sigma$, $m + 2\sigma$) совместно попадают 27% величин K, и можно считать, что соответствующие этим интервалам кии обладают особенностями. При этом, естественно, остаются в силе приведенные выше соображения о сдвигах величин K в области передних и задних балансов. На рисунке 1 области, соответствующие указанным интервалам, закрашены голубым цветом. Проведённые расчеты позволили получить численные оценки границ этих областей: (0.324, 0.347) и (0.392, 0.414).

В тех случаях, когда «исследователь кия» сталкивается с ситуацией, в которой вычисленное значение параметра баланса не превосходит 0.324 или превышает 0.414, можно смело утверждать, что при этом в его руках находится нерядовой кий. Ну, а как же может быть иначе, если из всего многообразия киёв такими характеристиками обладают лишь примерно 5% ударных инструментов?

Ввиду того, что рассмотренная выборка параметров киёв, мягко говоря, не очень велика по объёму, вполне резонен вопрос, – «А насколько большая ошибка была допущена при получении оценки математического ожидания параметра баланса m»? Известно, что дисперсию D_m оценки m можно легко найти с помощью формулы

$$D_m = D\,/\,N. \tag{12}$$

А с помощью этой величины уже нетрудно «прикинуть» интервал, в котором практически обязательно окажется математическое ожидание параметра K.

Например, границы этого интервала m_{min} и m_{max} можно определить, отступая от оценки m на удвоенное среднеквадратичное отклонение оценки m:

$$m_{min} = m - 2\sigma_m\ ,\ m_{max} = m + 2\sigma_m\ ,\ \sigma_m = \sqrt{D_m}\ . \quad (13)$$

Используя соотношения (13), определим численные значения границ обсуждаемого интервала: m_{min} = 0.366, m_{max} = 0.372. Отсюда наглядно видно, что, даже несмотря на ограниченность выборки параметров киёв, оценка математического ожидания параметра баланса «гуляет» в довольно узких пределах – ширина интервала «заключения» m составляет всего лишь шесть тысячных. Пусть это и не будет абсолютно строго, если рассматривать с позиции «сухого» математика, но нет сомнений в том, что указанные величины «срабатывают» на практике.

Принципиально, на этом можно было бы поставить и точку, ведь с помощью представленных выше численных оценок границ областей типичных и выраженных балансов киёв можно определять, к какой категории принадлежит тот или иной интересующий инструмент. Но одно дело – просто определиться с тем, что конкретный кий относится к совокупности среднестатистических киёв или к киям с особыми балансами, а другое – количественно оценить то, насколько передним или задним является баланс конкретного инструмента. Чтобы иметь такую возможность, можно вычислить более простую и более наглядную, чем параметр баланса, характеристику кия Z, которую для определённости я назвал ***смещением баланса***:

$$Z = [(K - m)/2\sigma] \cdot 100\%\ . \quad (14)$$

Рассчитываемое по формуле (14) смещение баланса, показывает в процентах – насколько точка баланса удалена от местоположения центра тяжести некоторого гипотетического кия со среднестатистическим балансом, который вполне разумно принимать за несмещённый (вперёд или назад) баланс. При этом за меру удалённости принята ширина 2σ диапазона значений K от среднестатистического значения m до той границы, где происходит переход от особых балансов к гипертрофированным. Таким образом, если величина Z будет близка к нулю, то это говорит о том, что исследуемый кий обладает практически несмещённым балансом. Важной особенностью применения соотношения (14) является то, что значения Z могут получаться как положительными, так и отрицательными. Величины $Z > 0$ свидетельствуют о том, что кий обладает передним балансом, а величины $Z < 0$, наоборот, говорят о заднем расположении баланса. Естественно, абсолютные значения Z увеличиваются по мере того, как точка баланса отодвигается дальше от среднестатистически-несмещенного положения. Значения $|Z| = 50\%$ соответствуют переходу от типичных киёв к киям с особенными балансами. При $|Z| > 100\%$ кии следует уже относить к игровым инструментам, у которых баланс настолько сдвинут вперёд или назад, что его следует рассматривать не просто как особенный, а даже как «вычурный». Не сомневаюсь в том, что, имея представление о балансе при $|Z| = 0\%$, $|Z| = 50\%$ и $|Z| = 100\%$, не составляет особого труда для всех интересующих промежуточных значений $0\% < |Z| < 100\%$ прикинуть в уме – насколько сильно или слабо в ту или иную сторону смещён баланс кия.

Понятно, что поначалу для некоторых любителей бильярда будет несколько непривычным использование характеристики Z; во всяком случае, в их сознании должно укрепиться понимание соответствия между типичными значениями сдвига баланса Z и соответствующими им удалениями точки баланса от бампера кия L_{butt}. Так, обязательно нужно представлять, каков баланс кия L_{butt_m}, обладающего нулевым смещением баланса, ведь это – так называемый средний баланс; иначе его можно назвать «несмещённым балансом». Чтобы определить зависимость L_{butt_m} от длины кия L, обратимся к соотношению (14). Из него видно, что равное нулю смещение баланса будет иметь место при выполнении условия $K = m$. Подставляя сюда зависимость K от L (4), выразим искомую связь:

$$L_{butt_m} = \frac{mL}{1+m}\,. \tag{15}$$

Рассчитанная с помощью (15) зависимость несмещённого баланса от длины кия, представлена прямой линией чёрного цвета на следующем рисунке. На этом же рисунке различными цветами обозначены области типичных киёв (жёлтый цвет), киёв с особыми балансами (голубой цвет) и киёв с крайне сдвинутыми балансами (красный цвет). Согласно сказанному выше, на границах областей желтого и голубого цвета сдвиг баланса принимает значения $Z =$ 50% и $Z =$ -50%. Соответственно, на границах областей, выделенных красным и голубыми цветами, сдвиг баланса равен $Z =$ 100% и $Z =$ -100%.

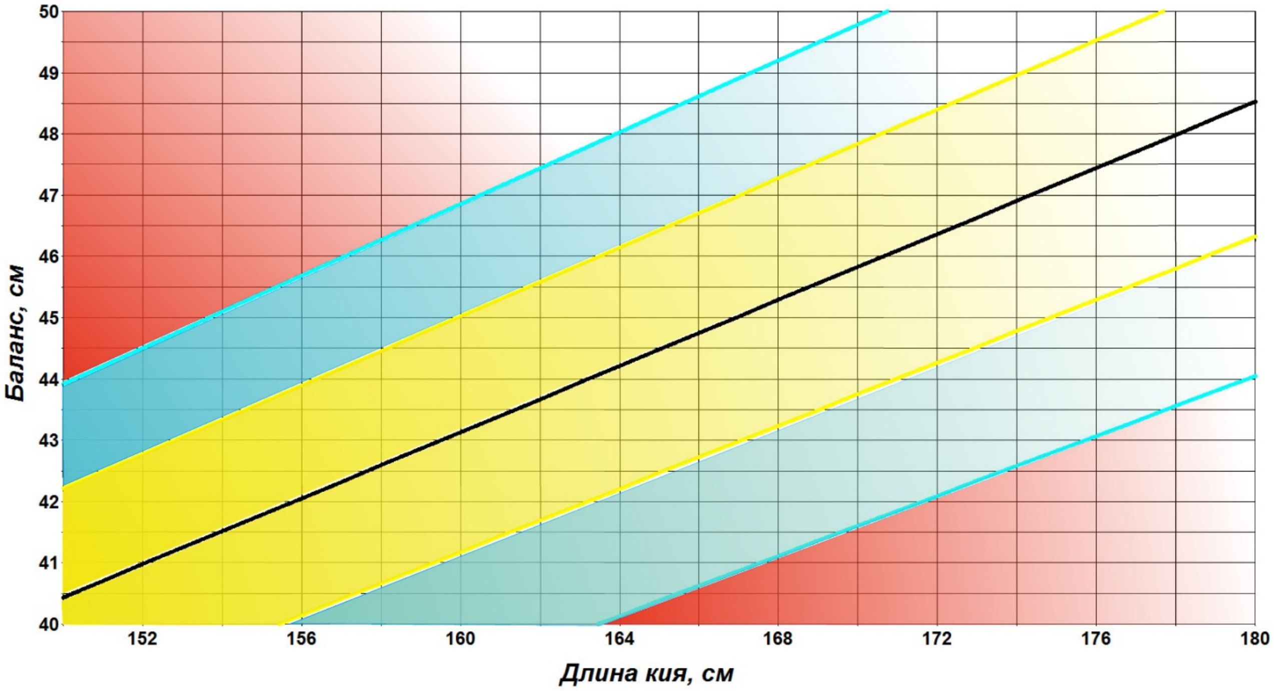

Рис.2. Зоны типичных, особенных и гипертрофированно сдвинутых балансов киёв

Подведу краткий итог:

1. Вместо традиционной характеристики кия, называемой «баланс», предложено использовать безразмерную величину – *смещение баланса*. Она характеризует не только относительное расположение центра тяжести, но и одновременно с этим – длину кия. Такой параметр позволяет с единых позиций сравнивать игровые инструменты различных габаритов.
2. С помощью обработки статистических данных получены численные значения математического ожидания и среднеквадратичного отклонения *параметра баланса* некоторого кия со среднестатистическим несмещённым балансом. С помощью этих данных можно рассчитывать *смещение баланса* любого исследуемого кия и на основании численных оценок судить о том, насколько этот кий типичен или какова степень «нестандартности» его баланса. Таким образом, в пользование любителям бильярда передано некоторое «мерило», которое ранее было просто недоступно.

* * *

В заключение приведу таблицу с параметрами некоторых киёв, которые я использовал для расчётов. Как и на рисунках 1 и 2, желтый цвет соответствует типичным киям, а голубой – киям с особенностями.

Мастер	L, *см*	L_{butt}, *см*	*Масса, г*	K	Z, %
Андреев	158	44	695	0,385965	37,7
Ариванюк	161	44	710	0,376068	15,7
Арисов	160	42	710	0,355932	-29
Арисов	163,5	44,5	700	0,37395	11
Арисов	158	40	695	0,338983	-66,6
Баринов	160	43	675	0,367521	-3,3
Бойко	162	44	695	0,372881	8,6
Бойко	160	40	696	0,333333	-79,2
Бычков	162	42,5	715	0,355649	-29,6
Бычков	162	44	715	0,372881	8,6
Вараксин	161	42,5	710	0,35865	-23
Галлямов	159	43	694	0,37069	3,8
Горбенко	160,5	43	687	0,365957	-6,8
Горбенко	163	45	715	0,381356	27,4
Григорьев	160	44	715	0,37931	22,9
Григорьев	162	42	700	0,35	-42,2
Докудин	161	43	710	0,364407	-10,2
Еремин	159	43	695	0,37069	3,8
Еремин	163	42	700	0,347107	-48,6
Ефремов	160	42	715	0,355932	-29
Каюков	159	46	725	0,40708	84,5
Кирилов	161	43	700	0,364407	-10,2
Кирилов	161	43,5	702	0,370213	2,7

Комаров	158	41	680	0,350427	-41,2
Константинов	161,5	41,5	725	0,345833	-51,4
Корнелёв	161	42	705	0,352941	-35,7
Королев	161	44		0,376068	15,7
Королев	162	45	710	0,384615	34,7
Кудинов	160	44	700	0,37931	22,9
Лохно	160	43	710	0,367521	-3,3
Лохно	161	41	700	0,341667	-60,7
Лукшин	160	42	705	0,355932	-29
Лыков	161	43,5	720	0,370213	2,7
Малистин	161	44	730	0,376068	15,7
Палкин	161	43	695	0,364407	-10,2
Пономарёв	161	42	705	0,352941	-35,7
Пономарёв	163	42	706	0,347107	-48,6
Пономарёв	166	41	715	0,328	-91
Попов	159	45	685	0,394737	57,1
Ривоненко	159	45	690	0,394737	57,1
Рой	161	47	720	0,412281	96,1
Руденко	159	43	675	0,37069	3,8
Свистельников	163	45	718	0,381356	27,4
Северин	161	44	685	0,376068	15,7
Сигачев	159	42	730	0,358974	-22,3
Федоров	160,5	42	700	0,35443	-32,3
Шатов	160	42		0,355932	-29
Шатов	161	44	710	0,376068	15,7
Штофун	159	43	715	0,37069	3,8
Штофун	160	42	697	0,355932	-29
Штофун	159,5	45	692	0,393013	53,3
Якимов	160,5	45	708	0,38961	45,8
Янковский	160	43,5	700	0,373391	9,7